

11.4 Напружено – деформований стан основ гребель із ґрунтового матеріалу з трапецеїдальним поперечним профілем

В даний час ґрунтові греблі використовують для комунікацій та виробництва електричної енергії. Крім того, їх використовують для потреб сільського господарства (наприклад, для влаштування водосховищ). Однак, при проектуванні ґрунтових гребель на основах, складених слабкими ґрунтами, іноді виникають такі проблеми:

1. Іноді осідання гребель мають один порядок з їхньою висотою [609, 610, 611]. У цьому треба знати осідання основи греблі не тільки в її центрі, а й осідання характерних точок по всій її підшві. Це важливо задля досягнення відповідності профілю греблі її проектного стану з урахуванням деформацій основи.

2. Складені слабкими ґрунтами основи ґрунтових гребель мають низьку міцність. Тому треба мати можливість оцінювати міцність ґрунтових основ ґрунтових гребель. Цю оцінку можна здійснити лише в тому випадку, коли відомі властивості ґрунту і діючі у основі напруження [609, 610, 611, 612].

3. Профіль ґрунтових гребель зазвичай має трапецеїдальну форму. Крім того, зазвичай гребля включає елементи з різною питомою вагою (зазвичай це ґрунт тіла греблі та її ядро) [611, 612, 613, 614, 615]. Тому навантаження на основу відрізняється від представлених на рис. 1 та 2. Також в [609, 611, 612] коефіцієнт загасання додаткових напружень по глибині (з його використанням розраховують вертикальні нормальні напруження по глибині основи) дано в табличній формі лише для навантаження, що має форму прямокутника (в

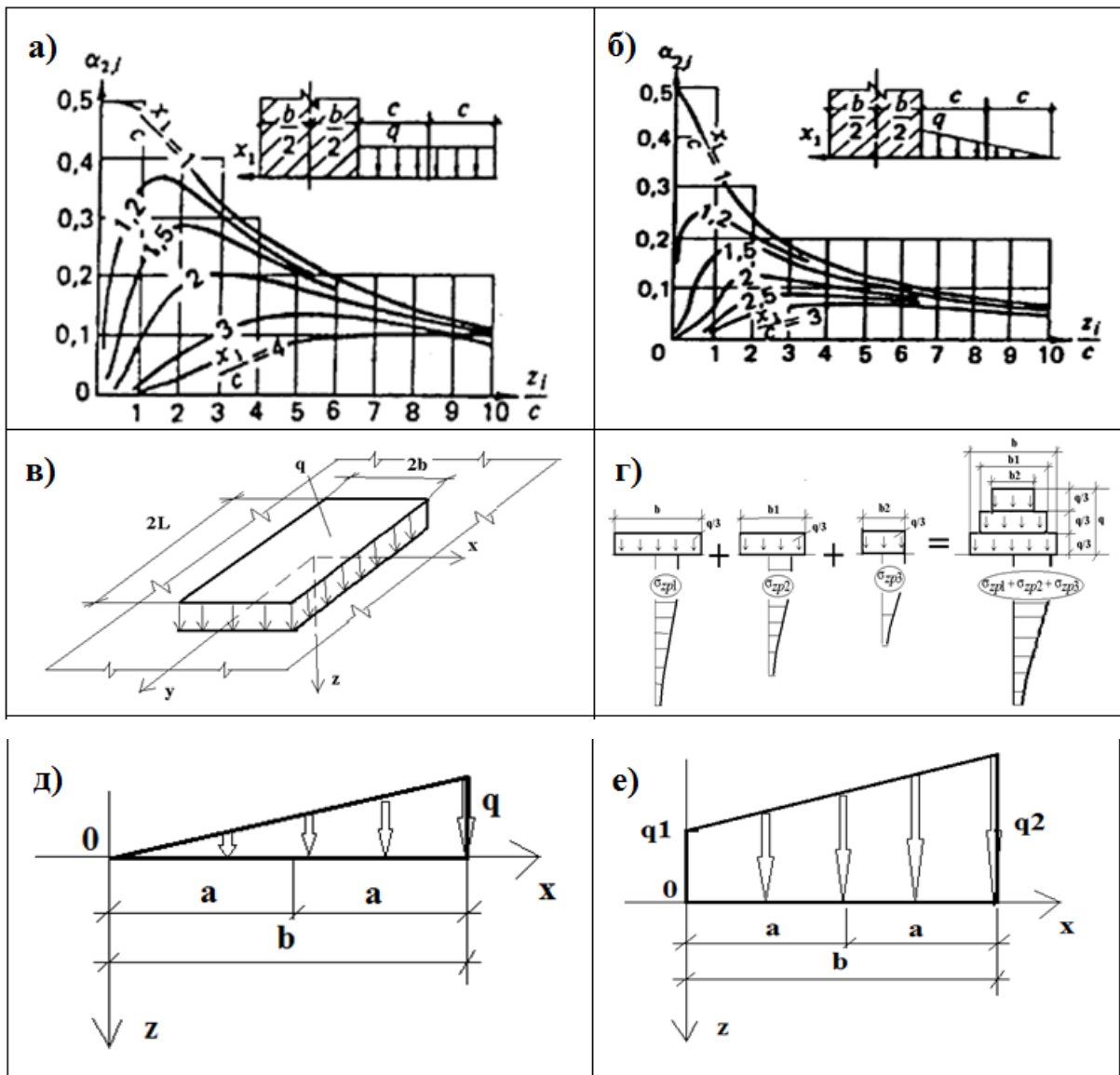


Рис. 1. Наведені в нормативних документах та технічній літературі види навантажень, які використовуються для визначення напружень у ґрунтових основах: а) та б) – навантаження на основу, що розглядаються в [611, 612]; в) – те ж саме, в [609, 610]; д) та е) - те ж, в [618].

аналітичній формі в нормативних документах ці дані також не представлені). У діючих нині біля України та інших країн будівельних нормах щодо обліку зазначених чинників з цього приводу є дуже загальні і приблизні вказівки [609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616]. Аналогічна картина має місце й у присвяченій даній проблемі науковій та технічній літературі [617, 618]. Викладені в цьому пункті (тобто у п. 3) тези дозволили нам зробити висновок про те, що

використання будівельних норм, що діють на території України, призводить до недостатньо точного обліку діючих у основі напружень від ваги греблі.

4. Останнім часом широкого поширення набуло використання для прогнозу напружено – деформованого стану ґрунтових основ методу кінцевих елементів [619, 620]. Проте, у цьому випадку на результати розрахунку істотно впливають розміри розрахункової області основи. Оскільки в нормативних документах України на цей рахунок відсутні будь-які вказівки, отримані в ході прогнозу напружено-деформованого стану основ ґрунтових гребель дані потребують перевірки та, при необхідності, коригування.

Тому при написанні цієї монографії ми мали на меті знайти вирішення зазначених проблем шляхом побудови точних аналітичних залежностей напружень від координат і прикладеної до верхньої межі основи трапецеїдального зовнішнього навантаження.

В даний час для визначення напружено - деформованого стану основ ґрунтових гребель використовують такі види навантаження, (рис. 1), використання яких для розв'язання зазначеної нами проблеми не завжди можливе. Тому задачу досліджень було сформульовано так:

1. Розглядається не вигідний випадок напружено - деформованого стану основи - гребля з ґрунтового матеріалу, довжина якої значно більша за її ширину і висоту (рис. 2).

2. Поперечний профіль греблі має вигляд трапеції. При цьому в межах греблі можуть бути матеріали з різною питомою вагою (наприклад, ядро і тіло греблі).

3. Тиск від ваги греблі на основу дорівнює добутку питомої ваги її матеріалу на висоту, рівну відстані від підосви греблі до денної поверхні греблі по вертикалі.

Необхідно:

1. У рамках моделі лінійної пружної ізотропного середовища, умов плоскої деформації та представленого на рис. 2 навантаження отримати необхідні

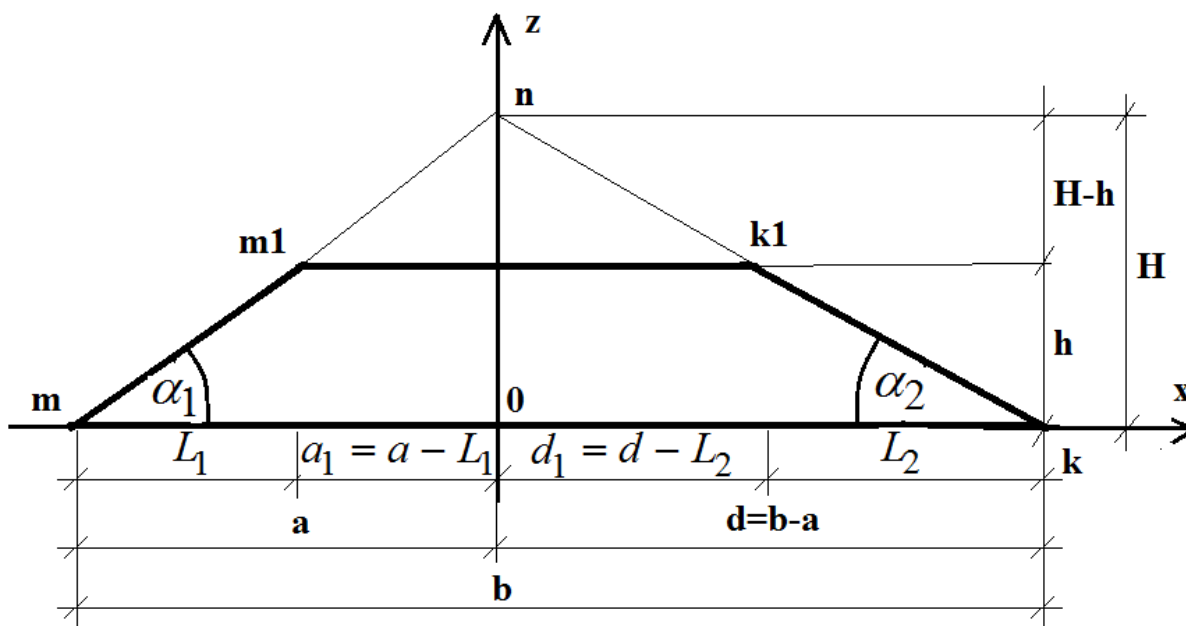


Рис. 2. До визначення геометричних розмірів ґрунтової гребель та навантаження на основу від її ваги.

Примітки:

1. Жирними лініями позначений контур платини, а тонкими – допоміжні побудови.
2. На рис. прийняті такі позначення: - h - висота греблі, - b - ширина основи греблі; b_1 - ширина гребня греблі; α_1 і α_2 - кути закладання лівого та правого укосів греблі відповідно.

для визначення напружено – деформованого стану ґрунтових гребель точні аналітичні рішення.

2. Розробити алгоритм, що дозволяє враховувати при визначенні осідань основ ґрунтових гребель різномірність матеріалів, з яких вони виготовлені.

3. Розробити алгоритм, що дозволяє враховувати при визначенні осідань ґрунтових гребель неоднорідність будови ґрунтової товщі.

4. Розробити алгоритм, що дозволяє одночасно враховувати викладені у п. 1 та 2 фактори.

На першому етапі задачу досліджень було сформульовано так. До основи прикладено трапецеїдальне вертикальне навантаження. У довільній точці основи

з відомими координатами потрібно визначити напруження, зумовлені цим навантаженням.

Для вирішення задачі нами було використано представлену на рис. 2 схему профілю греблі, з використанням якої трикутна епюра контактних тисків може бути перетворена в трапецеїдальне навантаження.

Для цього слід виконати представлення параметрів контуру греблі у аналітичному вигляді. Маємо:

1. Координата будь-якої точки трикутника m_{nk} може бути розрахована з використанням формули:

$$Z_{mnk}(x) = H \cdot \left\{ \left(1 + \frac{x}{a} \right) [U(x+a) - U(x)] + \left(1 + \frac{x}{d} \right) [U(x) - U(x-d)] \right\}. \quad (1)$$

Тут H, a і d див. схему на рис. 2 а $U(x)$ - ступінчаста функція Хевісайда [621].

2. Координата будь-якої точки трикутника m_{1nk_1} на інтервалі висот $z \in (0, H-h)$ може бути розрахована з використанням формули:

$$Z_{m_1nk_1}(x) = (H-h) \cdot \left\{ \left(1 + \frac{x}{a_1} \right) \begin{bmatrix} U(x+a_1) - \\ -U(x) \end{bmatrix} + \left(1 + \frac{x}{d_1} \right) \begin{bmatrix} U(x) - \\ -U(x-d_1) \end{bmatrix} \right\}. \quad (2)$$

Здесь H, h, a_1 и d_1 - см. схему на рис. 2.

Тут H, h, a_1 і d_1 див. схему на рис. 2.

3. З використанням схеми на рис. 2 і формул (1) та (2) знайдемо координату будь-якої точки трапеції mm_1k_1k . Маємо:

$$\begin{aligned} Z_{mm_1k_1k}(x) &= Z_{mnk}(x) - Z_{m_1nk_1}(x) = \\ &= H \cdot \left\{ \left(1 + \frac{x}{a} \right) [U(x+a) - U(x)] + \left(1 + \frac{x}{d} \right) [U(x) - U(x-d)] \right\} - \\ &\quad - (H-h) \cdot \left\{ \left(1 + \frac{x}{a_1} \right) \begin{bmatrix} U(x+a_1) - \\ -U(x) \end{bmatrix} + \left(1 + \frac{x}{d_1} \right) \begin{bmatrix} U(x) - \\ -U(x-d_1) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

4. Для того, щоб визначити навантаження на основу від одного метра довжини ґрунтової греблі, слід помножити (3) на питому вагу матеріалу греблі γ_{nl} та 1 метр. Маємо:

$$\begin{aligned} q(x) &= \gamma_{nl} \cdot [Z_{mnk}(x) - Z_{m_1nk_1}(x)] = \\ &= \gamma_{nl} \cdot H \cdot \left\{ \left(1 + \frac{x}{a}\right) [U(x+a) - U(x)] + \left(1 + \frac{x}{d}\right) [U(x) - U(x-d)] \right\} - \\ &- \gamma_{nl} \cdot (H-h) \cdot \left\{ \left(1 + \frac{x}{a_1}\right) [U(x+a_1) - U(x)] + \left(1 + \frac{x}{d_1}\right) [U(x) - U(x-d_1)] \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

Для визначення залежності діючих у основі греблі напружень від координат використаємо відоме фундаментальне рішення Фламана про вертикальну зосереджену силу, прикладену до горизонтальної верхньої межі нескінченної напівплощини і принцип суперпозиції (рис. 2). Відповідно до [622] маємо:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z(x, z) &= \frac{2 \cdot z^3}{\pi} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \frac{q(\xi) \cdot d\xi}{r(x, z, \xi)^4}; \quad \sigma_x(x, z) = \frac{2 \cdot z}{\pi} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \frac{q(\xi) \cdot (x - \xi)^2 \cdot d\xi}{r(x, z, \xi)^4}; \\ \tau_{xz}(x, z) &= \frac{2 \cdot z^2}{\pi} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \frac{q(\xi) \cdot (x - \xi) \cdot d\xi}{r(x, z, \xi)^4}; \quad r = \sqrt{(x - \xi)^2 + z^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Тут: $\sigma_x(x, z)$ і $\sigma_z(x, z)$ - нормальні напруження, що діють у напрямку осей Ox та Oz відповідно; $\tau_{xz}(x, z)$ - дотичні напруження у площині Oxz ; $q(x)$ навантаження на денній поверхні основи.

Спочатку знайдемо розподіл вертикальних нормальних напружень $\sigma_{z,mnk}(x, z)$ у точці основи з координатами (x, y) від представленого на рис. 2 навантаження, розподіленого по трикутнику mnk .

Для цього у формулі (1) замінимо змінну x на змінну ξ , підставимо отриманий таким чином вираз у верхню формулу (5) і виконаємо процедуру інтегрування на інтервалі від $x_1 = -a$ до $x_2 = d$. Маємо:

$$\sigma_{z,mnk}(x,z) = \gamma \cdot H \cdot \left[\begin{array}{c} \frac{-x+d}{\pi \cdot d} \cdot \arctg\left(\frac{-x+d}{z}\right) + \\ + \frac{x+a}{\pi \cdot a} \cdot \arctg\left(\frac{x+a}{z}\right) - \frac{d+a}{\pi \cdot a \cdot d} \cdot x \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right) \end{array} \right]; \quad (6)$$

$$d = b - a.$$

Далі знайдемо розподіл вертикальних нормальних напружень $\sigma_{z,m_1nk_1}(x,z)$ у точці основи з координатами (x,y) від представленого на рис. 1 навантаження, розподіленого по трикутнику m_1nk_1 .

Для цього у формулі (2) замінимо змінну x на змінну ξ , підставимо отриманий таким чином вираз у верхню ліву формулу (5) і виконаємо процедуру інтегрування на інтервалі від $x_1 = -a_1$ до $x_2 = d_1$. Маємо:

$$\sigma_{z,m_1nk_1}(x,z) = \gamma \cdot (H - h) \left[\begin{array}{c} \frac{-x+d_1}{\pi \cdot d_1} \cdot \arctg\left(\frac{-x+d_1}{z}\right) + \\ + \frac{x+a_1}{\pi \cdot a_1} \cdot \arctg\left(\frac{x+a_1}{z}\right) - \\ - \frac{d_1+a_1}{\pi \cdot a_1 \cdot d_1} \cdot x \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right) \end{array} \right]; \quad (7)$$

$$d = b - a.$$

Залежність вертикального нормального напруження $\sigma_z(x,z)$ від координат знайдемо як різницю напружень $\sigma_{z,mnk}(x,z)$ і $\sigma_{z,m_1nk_1}(x,z)$.
Маємо:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z(x, z) &= \sigma_{z, mnk}(x, z) - \sigma_{z, m_1 n k_1}(x, z) = \\ &= \gamma \cdot H \cdot \left[\frac{-x+d}{\pi \cdot d} \cdot \arctg\left(\frac{-x+d}{z}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{x+a}{\pi \cdot a} \cdot \arctg\left(\frac{x+a}{z}\right) - \frac{d+a}{\pi \cdot a \cdot d} \cdot x \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right) \right] - \\ &- \gamma \cdot (H-h) \cdot \left[\frac{-x+d_1}{\pi \cdot d_1} \cdot \arctg\left(\frac{-x+d_1}{z}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{x+a_1}{\pi \cdot a_1} \cdot \arctg\left(\frac{x+a_1}{z}\right) - \frac{d_1+a_1}{\pi \cdot a_1 \cdot d_1} \cdot x \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right) \right]; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$d = b - a.$$

Якщо поперечний переріз ґрунтової греблі має форму рівнобедреної трапеції, то $d = a$, $d_1 = b_1$, $b = 2 \cdot a$ та $b_1 = 2 \cdot a_1$, звідки:

$$\begin{aligned} \sigma_z(x, z) &= \frac{\gamma \cdot H}{\pi \cdot a} \cdot \left[(x+a) \cdot \arctg\left(\frac{x+a}{z}\right) - 2 \cdot x \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right) + \right. \\ &\quad \left. + (a-x) \cdot \arctg\left(\frac{a-x}{z}\right) \right] - \frac{\gamma \cdot (H-h)}{\pi \cdot a_1} \cdot \left[(x+a_1) \cdot \arctg\left(\frac{x+a_1}{z}\right) - \right. \\ &\quad \left. - 2 \cdot x \cdot \arctg\left(\frac{x}{z}\right) + (a-x) \cdot \arctg\left(\frac{a-x}{z}\right) \right]; \quad b = 2 \cdot a. \end{aligned} \quad (9)$$

Аналогічним чином знайдемо нормальні горизонтальні напруження $\sigma_x(x, z)$. Маємо:

$$\begin{aligned}
& \sigma_x(x, z) = \\
& = \gamma \cdot H \cdot \left[-\frac{z}{\pi \cdot d} \cdot \ln(z^2 + (-x + d)^2) - \frac{z}{\pi \cdot a} \cdot \ln(z^2 + (x + a)^2) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{z \cdot (d + a)}{\pi \cdot d \cdot a} \cdot \ln(x^2 + z^2) + \frac{-x + d}{\pi \cdot d} \cdot x \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{-x + d}{z}\right) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{a + x}{\pi \cdot a} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x + a}{z}\right) - \frac{d + a}{\pi \cdot d \cdot a} \cdot x \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{z}\right) \right] - \\
& - \gamma \cdot (H - h) \cdot \left[-\frac{z}{\pi \cdot d_1} \cdot \ln(z^2 + (-x + d_1)^2) - \frac{z}{\pi \cdot a_1} \cdot \ln(z^2 + (x + a_1)^2) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{z \cdot (d_1 + a_1)}{\pi \cdot d_1 \cdot a_1} \cdot \ln(x^2 + z^2) + \frac{-x + d_1}{\pi \cdot d_1} \cdot x \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{-x + d_1}{z}\right) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{a_1 + x}{\pi \cdot a_1} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x + a_1}{z}\right) - \frac{d_1 + a_1}{\pi \cdot d_1 \cdot a_1} \cdot x \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{z}\right) \right] ; \\
& \quad d = b - a; \quad d_1 = b_1 - a_1.
\end{aligned} \tag{10}$$

Якщо поперечний переріз ґрунтової греблі має форму рівнобедреної трапеції, то $d = a$, $d_1 = b_1$, $b = 2 \cdot a$ и $b_1 = 2 \cdot a_1$. Тому в даному випадку напруження $\sigma_x(x, z)$ дорівнює:

$$\begin{aligned}
& \sigma_x(x, z) = \\
& = \gamma \cdot H \cdot \left[-\frac{z}{\pi \cdot a} \cdot \ln(z^2 + (-x + a)^2) - \frac{z}{\pi \cdot a} \cdot \ln(z^2 + (x + a)^2) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{2 \cdot z}{\pi \cdot a} \cdot \ln(x^2 + z^2) + \frac{a + x}{\pi \cdot a} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x + a}{z}\right) - \right. \\
& \quad \left. - \frac{2 \cdot x}{\pi \cdot a} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{z}\right) + \frac{a - x}{\pi \cdot a} \cdot x \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a - x}{z}\right) \right] - \tag{11}
\end{aligned}$$

$$-\gamma \cdot (H-h) \left[\begin{aligned} & -\frac{z}{\pi \cdot a_1} \cdot \ln(z^2 + (-x+a_1)^2) - \frac{z}{\pi \cdot a_1} \cdot \ln(z^2 + (x+a_1)^2) + \\ & + \frac{2 \cdot z}{\pi \cdot a_1} \cdot \ln(x^2 + z^2) + \frac{a_1 + x}{\pi \cdot a_1} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x+a_1}{z}\right) - \\ & - \frac{2 \cdot x}{\pi \cdot a_1} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{z}\right) + \frac{a_1 - x}{\pi \cdot a_1} \cdot x \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{a_1 - x}{z}\right) \end{aligned} \right]; \quad (11)$$

$$b = 2 \cdot a; \quad b_1 = 2 \cdot a_1.$$

Аналогічним чином знайдемо діючі у основі дотичні напруження $\tau_{xz}(x, z)$

. Маємо:

$$\tau_{xz}(x, z) = \gamma \cdot H \cdot \left[\frac{(d+a) \cdot z}{d \cdot \pi \cdot a} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{z}\right) - \frac{z}{\pi \cdot a} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x+a}{z}\right) + \right. \\ \left. + \frac{z}{\pi \cdot d} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{-x+d}{z}\right) \right] - \gamma \cdot (H-h) \cdot \left[\frac{(d_1+a_1) \cdot z}{d_1 \cdot \pi \cdot a_1} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{z}\right) - \right. \\ \left. - \frac{z}{\pi \cdot a_1} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x+a_1}{z}\right) + \frac{z}{\pi \cdot d_1} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{-x+d_1}{z}\right) \right]. \quad (12)$$

$$d = b - a; \quad d_1 = b_1 - a_1.$$

Якщо поперечний переріз ґрунтової греблі має форму рівнобедреної трапеції, то $d = a$, $d_1 = b_1$, $b = 2 \cdot a$ и $b_1 = 2 \cdot a_1$. Тому у даному випадку дотичні напруження $\tau_{xz}(x, z)$ дорівнюють:

$$\tau_{xz}(x, z) = \frac{\gamma \cdot H}{\pi \cdot a} \cdot z \cdot \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{z}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{x+a}{z}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{-x+a}{z}\right) \right] - \\ - \frac{\gamma \cdot (H-h)}{\pi \cdot a_1} \cdot z \cdot \left[\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{z}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{x+a_1}{z}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{-x+a_1}{z}\right) \right]. \quad (13)$$

$$b = 2 \cdot a; \quad b_1 = 2 \cdot a_1.$$

Отримані нами аналітичні вирази для діючих в основі ґрунтових гребель напружень дозволяють з використанням відомого критерію Кулона - Мора оцінити міцність основи в будь-якій його точці.

Друга частина досліджень присвячена визначенню вертикального переміщення основи греблі. Відповідно до [617, 622] у разі плоскої деформації вертикальну відносну деформацію основи слід визначати за формулою:

$$\varepsilon_z(x, z) = \frac{1}{E} \cdot \left[(1 - \nu)^2 \cdot \sigma_z(x, z) - \nu(1 + \nu) \cdot \sigma_x(x, z) \right], \quad (14)$$

звідки:

$$U_z(x, z) = \frac{1}{E} \cdot \left[(1 - \nu)^2 \cdot \int \sigma_z(x, z) \cdot dz - \nu(1 + \nu) \cdot \int \sigma_x(x, z) \cdot dz \right] + F(x). \quad (15)$$

Тут – $\varepsilon_z(x, z)$ вертикальна відносна деформація основи; $U_z(x, z)$ – те ж, переміщення; E та ν – пружні технічні константи основи (модуль пружності та коефіцієнт Пуассона відповідно); $\sigma_z(x, z)$ і $\sigma_x(x, z)$ – вертикальне та горизонтальне нормальні напруження; $F(x)$ – деяка довільна функція координати x .

При розрахунку осідань в даний час використовують метод пошарового підсумовування [609, 610, 611 - 617]. Тому знайдемо осідання основи на інтервалі глибин $z \in (z_1, z_2)$. Для зручності викладення матеріалу покладемо:

$$I_{z,1}(x, z) = \frac{(1 - \nu)^2}{E} \cdot \int \sigma_z(x, z) \cdot dz \text{ и } I_{z,2}(x, z) = \frac{\nu(1 + \nu)}{E} \cdot \int \sigma_x(x, z) \cdot dz. \quad (16)$$

Тоді осідання $S_i(x)$ шару завтовшки $h_i = z_{2,i} - z_{1,i}$ і $z_{2,i} \geq z_{1,i}$ дорівнюватиме:

$$\left. \begin{aligned}
S_i(x) &= U_z(x, z_{2,i}) - U_z(x, z_{1,i}); \quad U_z(x, z) = I_{z,1}(x, z) + I_{z,2}(x, z); \\
I_{z,1}(x, z) &= \frac{(1-\nu)^2}{E} \cdot \int \sigma_z(x, z) \cdot dz; \quad I_{z,2}(x, z) = \frac{\nu(1+\nu)}{E} \cdot \int \sigma_x(x, z) \cdot dz; \\
\int \sigma_z(x, z) \cdot dz &= \frac{x^2 \cdot (a+d)}{\pi \cdot a \cdot d} \cdot \ln\left(\frac{x}{z}\right) + \frac{(x+a)}{\pi \cdot a} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x+a}{z}\right) + \\
&+ \frac{(d-x)^2}{2 \cdot \pi \cdot d} \cdot \ln\left[1 + \frac{(-x+d)^2}{z^2}\right] - \frac{(d-x)^2}{\pi \cdot d} \cdot \ln\left[\frac{-x+d}{z}\right] - \\
&- \frac{x^2 \cdot (d+a)}{2 \cdot \pi \cdot d \cdot a} \cdot \ln\left(1 + \frac{x^2}{z^2}\right) - \frac{x \cdot z \cdot (d+a)}{\pi \cdot d \cdot a} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{z}\right) + \\
&+ \frac{(x+a)^2}{2 \cdot a \cdot \pi} \cdot \ln\left[1 + \frac{(x+a)^2}{z^2}\right] - \frac{(x+a)^2}{a \cdot \pi} \cdot \ln\left[\frac{x+a}{z}\right] + \\
&+ \frac{(-x+d)}{\pi \cdot d} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{-x+d}{z}\right); \\
\int \sigma_x(x, z) \cdot dz &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(a+d) \cdot (x^2 + z^2) \cdot \ln(x^2 + z^2)}{\pi \cdot a \cdot d} - \\
&- \frac{1}{2} \cdot \frac{\left[\frac{z^2 + (-x+d)^2}{\pi \cdot d} \cdot \ln\left[\frac{z^2 + (-x+d)^2}{+(-x+d)^2} \right] \right]}{\pi \cdot d} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\left[\frac{z^2 + (x+a)^2}{\pi \cdot a} \cdot \ln\left[\frac{z^2 + (x+a)^2}{+(x+a)^2} \right] \right]}{\pi \cdot a} + \\
&+ \frac{x^2 \cdot (d+a) \cdot \ln(x/z)}{\pi \cdot a \cdot d} + \frac{x+a}{a \cdot \pi} \cdot \arctan\left(\frac{x+a}{z}\right) + \frac{d+a}{2 \cdot \pi} - \\
&- \frac{(x+a)^2}{\pi \cdot a} \cdot \ln\left(\frac{x+a}{z}\right) - \frac{(-x+d)^2}{\pi \cdot d} \cdot \ln\left(\frac{-x+d}{z}\right) + \\
&+ \frac{(x+a)^2}{2 \cdot \pi \cdot a} \cdot \ln\left[1 + \frac{(x+a)^2}{z^2}\right] + \frac{(-x+d)^2}{2 \cdot \pi \cdot d} \cdot \ln\left[1 + \frac{(-x+d)^2}{z^2}\right] - \\
&- \frac{x \cdot z \cdot (d+a)}{a \cdot \pi \cdot d} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{z}\right) - \frac{x^2 \cdot (d+a)}{2 \cdot a \cdot \pi \cdot d} \cdot \operatorname{arctg}\left(1 + \frac{x^2}{z^2}\right) + \\
&+ \frac{z \cdot (-x+d)}{\pi \cdot d} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{-x+d}{z}\right); \quad d = b - a.
\end{aligned} \right\} \cdot (17)$$

Якщо поперечний профіль греблі має форму рівнобедреної трапеції, то в (17) слід покласти $d = a$.

Формула (17) дозволяє в межах стиснутої товщі використовувати для розрахунку осідань основ ґрунтових гребель, обумовлених додатковими напруженнями від ваги греблі, відому методику шарового підсумовування і формулу ДБН, а саме:

$$S(x) = \sum_{i=1}^n S_i(x), \quad (18)$$

де $S(x) = \sum_{i=1}^n S_i(x)$ - осідання основи греблі в точці з координатою (див. формулу (17)), а $S_i(x)$ - осідання елементарного шару основи товщиною h_i , покрівля якого знаходиться на глибині $z_{1,i}$, а підшва - на глибині $z_{2,i}$.

Якщо не потрібна дуже висока точність визначення осідань основи греблі, то обумовлені додатковими напруженнями від ваги греблі осідання можуть бути розраховані з використанням відомої формули ДБН:

$$S(x) = \beta \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_z(x, z_{1,i}) + \sigma_z(x, z_{2,i})}{2 \cdot E_i} \cdot h_i; \quad \left. \begin{array}{l} h_i = z_{2,i} - z_{1,i} \end{array} \right\} \quad (19)$$

Тут $S(x)$, $z_{1,i}$, $z_{2,i}$ - див. пояснення до формули (18), σ_z - додаткове напруження у основі, яке слід визначати за формулами (8) і (9), $\beta = 0,8$, а E_i - модуль загальної деформації i - того ґрунтового шару на інтервалі глибин $z \in (z_{1,i}, z_{2,i})$.

Нарешті, у третій частині цього дослідження нами представлено один з варіантів використання отриманих нами теоретичних результатів стосовно визначення напружено – деформованого стану ґрунтової греблі, побудованої з різномірних матеріалів. Ілюстрація запропонованого нами з цією метою підходу представлена на рис. 3.

З малюнку випливає, що якщо необхідно розрахувати напружено – деформований стан основи ґрунтової греблі у якій тіло греблі має питому вагу γ_1 , а ядро - γ_1 , то слід поступити так:

1. Для виконання розрахунків слід використовувати розрахункову схему на рис. 2. При цьому:

1.1. Якщо потрібно визначити вертикальні напруження σ_z , слід використовувати формули (8) і (9).

1.2. Якщо потрібно визначити горизонтальні напруження σ_x , слід використовувати формули (10) і (11).

1.3. Якщо потрібно визначити дотичні напруження τ_{xz} слід використовувати формули (12) і (13),

1.4. Якщо потрібно визначити осідання (тобто вертикальні переміщення) основи греблі слід використовувати формули (17), (18), і (19).

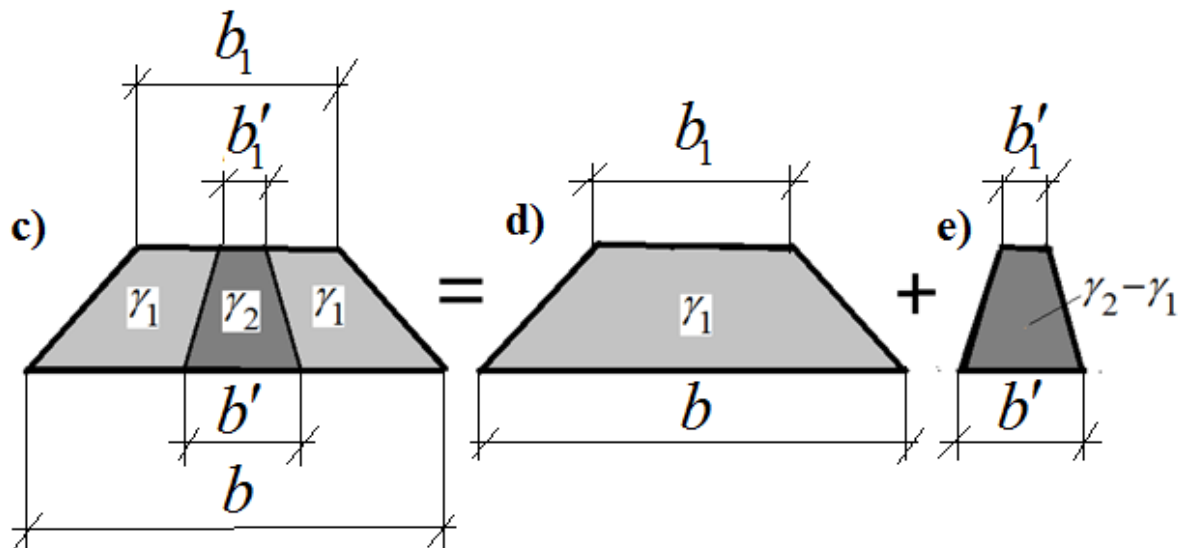


Рис. 3. Схема використання отриманих нами теоретичних результатів для розрахунку основ ґрунтових гребель із матеріалів з різною питомою вагою.

Примітки:

1. γ_1 - питома вага тіла греблі; γ_1 - питома вага ядра греблі.
2. Висоти елементів греблі з різною питомою вагою однакові.

2. Для визначення кожного з перерахованих у п. 1 даного алгоритму компонентів напружень і переміщень стосовно представленої на рис. 3-с схеми слід виконати такі дії:

2.1. Спочатку слід розрахувати значення напружень і переміщень для представленої на рис. 3 – d розрахункової схеми. При цьому питому вагу матеріалу греблі слід прийняти рівним γ_1 .

2.2. Далі слід розрахувати значення напружень і переміщень для представленої на рис. 3 - e розрахункової схеми. При цьому питому вагу матеріалу греблі слід прийняти рівною $\gamma_2 - \gamma_1$.

2.3. Отримані в такий спосіб результати слід скласти.

Загалом у даній монографії наведено такі результати:

1. У рамках моделі основи у вигляді лінійної пружної ізотропної середовища проживання і розрахункової схеми плоскої деформації отримані аналітичні залежності напружень і деформацій півплощини, до верхньої межі якої прикладено трапецеїдальне навантаження у вигляді рівно - і нерівносторонній трапеції.

Ці дані необхідні для розрахунку за першою та другою групами граничних станів основ гребель із ґрунтових матеріалів, насипів залізничних та автомобільних доріг та інших споруд, розташованих на основах, складених слабкими ґрунтами.

2. Запропоновано алгоритми визначення осідань підшви ґрунтових гребель, обумовлених додатковими напруженнями в основі від ваги греблі.

3. Розроблено алгоритм визначення напружено – деформованого стану основ ґрунтових гребель, виконаних з матеріалів з різною питомою вагою.

У завершення слід зазначити, що наведені у даній монографії матеріали досліджень слід використовувати при проектуванні транспортних, енергетичних та сільськогосподарських споруд.