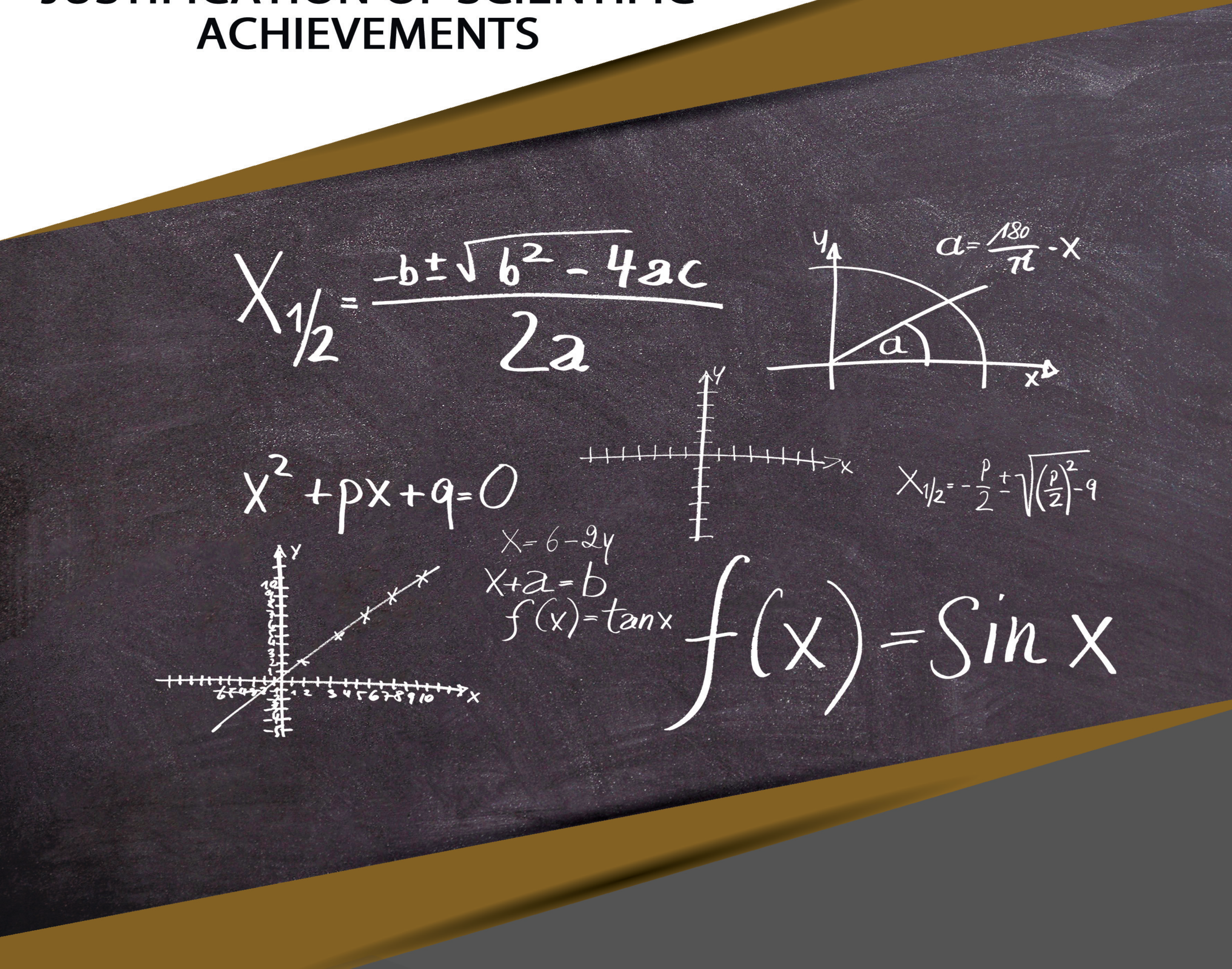
INTERNATIONAL SCIENCE GROUP

MONOGRAPH

PHYSICAL AND MATHEMATICAL JUSTIFICATION OF SCIENTIFIC ACHIEVEMENTS



DOI 10.46299/ISG.2020.MONO.PHYSICAL.III
ISBN 978-1-63649-922-2
BOSTON (USA) – 2020
ISG-KONF.COM

ISBN - 978-1-63649-922-2
DOI - 10.46299/ISG.2020.MONO.PHYSICAL.III

Physical and mathematical justification of scientific achievements

Collective monograph

Boston 2020

Library of Congress Cataloging-in-Publication Data

ISBN - 978-1-63649-922-2

DOI - 10.46299/ISG.2020.MONO.PHYSICAL.III

Authors - Волосова Н.М., Мірошник Н.П., Tashchuk V., Malinevska-Biliichuk O., Ivanchuk P., Tashchuk M., Ivanchuk M., Krykun H. Ivan, Kulishov S., Pistun Y., Matiko H., Krykh H., Matiko F., Безрук В.М., Жиленко Т.І., Ярецька Н.О., Hevko R., Trokhaniak A., Zalutskyi S., Stanko A., Філіпович Ю.Ю.

Published by Primedia eLaunch

https://primediaelaunch.com/

Collection of scientific articles published is the scientific and practical publication, which contains scientific articles of students, graduate students, Candidates and Doctors of Sciences, research workers and practitioners from Europe and Ukraine. The articles contain the study, reflecting the processes and changes in the structure of modern science.

The recommended citation for this publication is:

Physical and mathematical justification of scientific achievements: collective monograph / Волосова Н.М., Мірошник Н.П. – etc. – International Science Group. – Boston: Primedia eLaunch, 2020. 118 p. Available at: DOI - 10.46299/ISG.2020.MONO.PHYSICAL.III

TABLE OF CONTENTS

SECTION 1. ASTRONOMY

1.1 ВИЗНАЧЕННЯ ТА АНАЛІЗ РОЗПОДІЛУ КОМЕТ СОНЯЧНОЇ СИСТЕМИ

Анотація *Робота присвячена актуальній темі статистичного аналізу просторового розподілу параметрів кометних орбіт для підтвердження гіпотези існування у міжпланетному просторі системи сталих орбіт, для яких всі елементи підлягають деякій детермінованій закономірності. Отримані оцінки її характеристик, в якості носіїв інформації про розподіли елементів орбіт комет Сонячної системи виступають гістограми.*

Важливою особливістю розподілу параметрів орбіт комет є їх чітка дискретність. На даний час негативного або позитивного підтвердження дана гіпотеза не отримала. Такі розбіжності пояснюються малими об’ємами вибірок, невдалим вибором об’єктів. В сучасних умовах з'явилася можливість повернутися до цієї важливої проблеми, в першу чергу, завдяки новим даним про МТ, орбіти яких зближуються з орбітою Землі (комет NEC, астероїдів NEA і МПА). У виконаному дослідженні підтверджена гіпотеза про існування в міжпланетному просторі системи стійких орбіт комет NEC, для яких всі елементи підлягають деякій детермінованій закономірності. Отримано оцінки її характеристик.

Метою роботи є дослідження розподілу основних елементів орбіт комет для підтвердження його дискретного характеру засобами статистичного аналізу та аналізу часових рядів.

Об’єкт дослідження: розподіл елементів орбіт комет.

Предмет дослідження – методи статистичного аналізу та обчислювальні методи спектрального аналізу, методи аналізу часових рядів.

Під час роботи були поставлені ***наступні задачі:***

1. Показати дискретний характер розподілу великої півосі a, ексцентриситету орбіти e та нахилу i та значення кута μ .
2. Виконати відновлення функції густини ймовірності розподілу за досліджуваними параметрами.

3. Перевірити узгодженість результатів, отриманих засобами статистичного аналізу з результатами спектрального аналізу.

Наукова новизна **–** при виконанні роботи використані нові дані каталогів про орбіти комет, які зближувалися з орбітою Землі, створена програма для спектрального аналізу згрупованих вибірок коротко- та довгоперіодичних комет.

В результаті дослідження отримано наступні ***результати***:

1) Підтверджена гіпотеза про існування в міжпланетному просторі системи стійких орбіт, для яких всіх елементи підпорядковуються деякій детермінованій закономірності.
2) Побудовані гістограми розподілу елементів орбіт коротко- та довгоперіодичних комет.
3) Виконане відновлення функції густини ймовірності розподілу за досліджуваними елементами орбіт комет.
4) Достовірність отриманих гістограм і відновленої функції густини ймовірності розподілу підтверджено узгодженістю результатів, отриманих методами статистичного та спектрального аналізу.

Під час дослідження були застосовані методи статистичного аналізу та методи аналізу часових рядів. Своєчасна обробка нових каталожних даних – одне з найактуальніших завдань кометної астрономії. Статистичний аналіз дозволяє систематизувати, виконати обробку та аналіз отриманих результатів і візуально їх відобразити у формі відповідних гістограм розподілу. Маючи достатньо велику вибірку орбіт короткоперіодичних та довгоперіодичних комет [5] можна отримати оцінки розподілів елементів їх орбіт. Для цього необхідно побудувати гістограми чисельності досліджуваних елементів. Вибіркові дані було згруповано для подальшого аналізу.

Для визначення *кількості груп* необхідно дотримуватись двох важливих умов побудови групувань: 1) виділені групи мають відрізнятися якісною однорідністю; 2) кількість одиниць у кожній групі має бути досить великою, що відповідає вимозі закону великих чисел. У масових сукупностях оптимальну кількість груп можна визначити за формулою американського вченого Стерджеса: $m = 1 + 3{,}332 \cdot \lg n$,

де m - кількість інтервалів; n - обсяг сукупності.

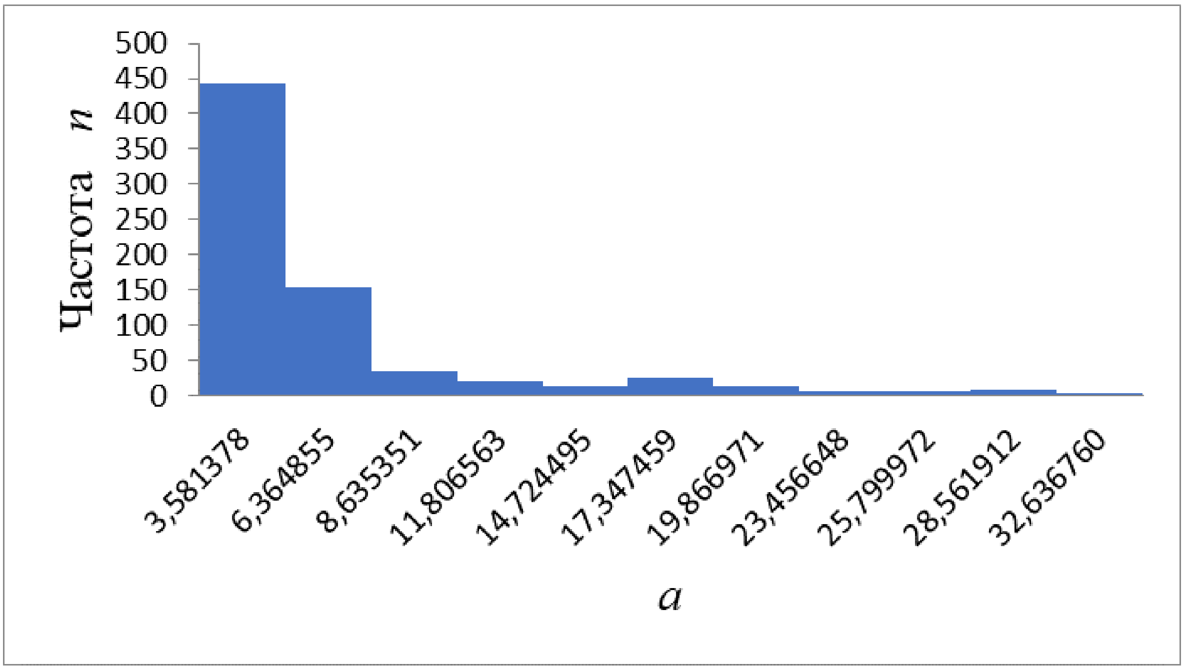
Поняття часового ряду як впорядкованої сукупності дискретних вимірів містить широке коло даних спостережень в астрономії, фізиці, техніці. Даний апарат можна використовувати і в тих випадках, коли в якості аргументу виступає не лише час, а й інші змінні. Характерною властивістю часових рядів є наявність випадкового компонента. В даному дослідженні у якості моделі виступають розподіли елементів орбіт комет. Астрономічним спостереженням притаманні нерівномірність розподілу моментів спостереження у часі, привнесення хибної періодичності. Тому, щоб уникнути цих ускладнень при дослідженні будувались «часові» ряди не для індивідуальних подій, а для сукупностей їх у фіксованих інтервалах зміни параметрів – будували гістограми чисельності. Кількість діапазонів гістограм залежала також від точності визначення значень відповідного параметру. Оскільки процес не є стаціонарним, спочатку досліджується його середнє значення та систематична зміна. Важливим етапом дослідження стали побудова ряду та його моделі. В якості вихідних даних були використані розподіли елементів орбіт комет в якості еталону. Це обумовлено великим об'ємом вибірки комет [5] та високою точністю оцінок їх параметрів. З представлених в каталогах параметрів орбіт комет були обрані 3 елементи, якими описується орбітальний рух малих тіл: більша піввісь a, ексцентриситет e та нахил орбіти i, поведінка яких визначає стійкість системи.

Для дослідження короткоперіодичних комет був обраний новий каталог кометних орбіт [5]. Об'єм вибірки – 718 комет. Кількість груп для статистичної обробки за формулою Стерджеса $m=11$.

Для визначення і аналізу розподілу великої півосі a були визначені інтервали для кожної групи згрупованих даних, підрахована чисельність кожної групи, обчислені її середнє значення, відповідне квантове число n_k та його цілочисельне або напівцілочисельне наближення n_z, абсолютна та відносна похибка наближення. Отримані результати статистичної обробки наведено у табл. 1, а на малюнку 1 зображена гістограма розподілу.

Таблиця1. Статистичний розподіл великої півосі a та відповідних їм квантових чисел

Група	min	max	Частота	середнє	n_k	n_z	$\lvert n_k - n_z \rvert$	ε (%)
1	2,218012	4,993113	443	3,581378	9,136848	9	0,136848	1,497761
2	4,993113	7,768213	153	6,364855	12,18051	12	0,180514	1,481992
3	7,768213	10,54331	34	8,635351	14,18768	14	0,187679	1,322828
4	10,54331	13,31841	19	11,806563	16,58949	16,5	0,089492	0,539451
5	13,31841	16,09352	12	14,724495	18,52642	18,5	0,026422	0,142618
6	16,09352	18,86862	24	17,347459	20,10895	20	0,108945	0,541774
7	18,86862	21,64372	13	19,866971	21,51975	21,5	0,019748	0,091767
8	21,64372	24,41882	5	23,456648	23,38322	23,5	0,116779	0,499415
9	24,41882	27,19392	5	25,799972	24,52342	24,5	0,023416	0,095486
10	27,19392	29,96902	8	28,561912	25,80269	26	0,19731	0,764686
11	29,96902	32,74412	2	32,636760	27,58194	27,5	0,081944	0,297093



Малюнок 1. Гістограма розподілу великої півосі a

На гістограмі чітко проявляються западини та викиди. Викид на а ≈3,581378 а.о. явно не випадкового походження.

Для визначення і аналізу розподілу ексцентриситету e були визначені інтервали для кожної групи даних, підрахована чисельність кожної групи, обчислені її середнє значення. Отримані результати статистичної обробки наведені в табл. 2, а на малюнку 2 зображена отримана гістограма розподілу ексцентриситету e з лінією тренду – суми систематичної складової, яка є моделлю ряду.

Таблиця 2. Статистичний розподіл ексцентриситету орбіти комет *e*

Група	min	max	Частота	Середнє
1	0,02887100	0,11715545	7	0,07337486
2	0,11715545	0,20543991	34	0,16790549
3	0,20543991	0,29372436	61	0,24469426
4	0,29372436	0,38200882	60	0,34427789
5	0,38200882	0,47029327	90	0,42752395
6	0,47029327	0,55857773	109	0,51502834
7	0,55857773	0,64686218	102	0,60289008
8	0,64686218	0,73514664	136	0,68825197
9	0,73514664	0,82343109	40	0,77854135
10	0,82343109	0,91171555	37	0,86308151
11	0,91171555	1,00000000	42	0,95510835
		Загальна кількість	718	

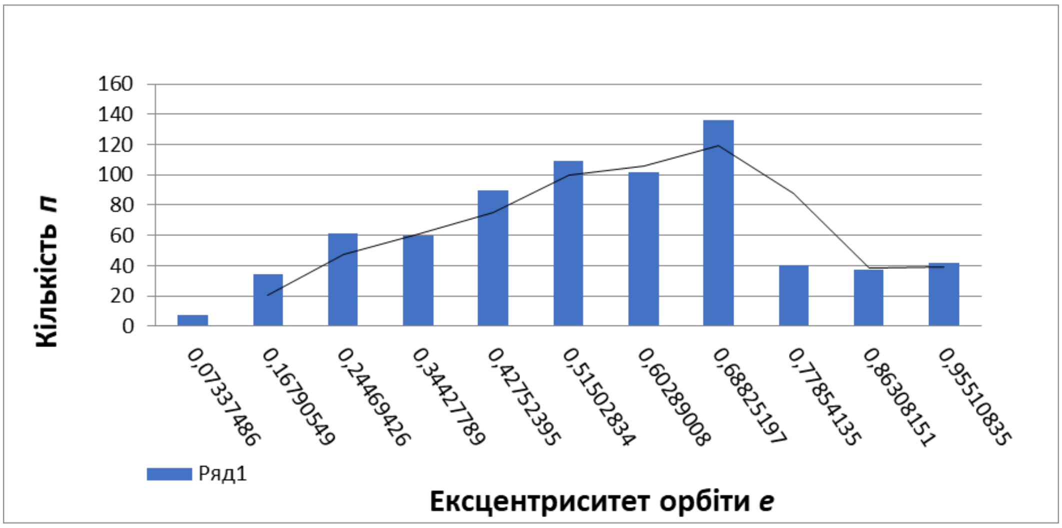


Рисунок 2. Гістограма ексцентриситету орбіти короткоперіодичних комет з лінією тренду

Для визначення і аналізу розподілу кута нахилу між площиною орбіти та площиною екліптики *i* були також визначені інтервали для кожної групи даних, підрахована чисельність кожної групи, обчислені її середнє значення. Отримані результати статистичної обробки наведені в табл.3, а на малюнку 3 зображена отримана гістограма розподілу. На гістограмі, як і в попередніх розподілах чітко простежуються викиди та западини чисельності. Отриманий викид на $i \approx 11,19622$ добре узгоджується з даними попередніх гістограм.

Таблиця 3. Статистичний розподіл нахилу
між площиною орбіти та площиною екліптики

Група	min	max	n	$X_{середнє}$
1	0,23800	25,72912	517	11,19622
2	25,72912	51,22024	69	33,25582
3	51,22024	76,71137	83	68,76580
4	76,71137	102,20249	17	86,38747
5	102,20249	127,69361	8	114,09742
6	127,69361	153,18473	10	144,81638
7	153,18473	178,67585	11	163,59532
8	178,67585	204,16697	0	
9	204,16697	229,65810	1	210,56121
10	229,65810	255,14922	0	
11	255,14922	280,64034	2	240,12365
Загальна кількість			718	

Малюнок 3. Гістограма нахилу орбіти до площини екліптики

Для визначення і аналізу розподілу кута μ,що об'єднує ексцентриситет e та нахил орбіти i в один параметр і виражається формулою

$$\cos\mu = \cos(\varphi)\cdot\cos i$$

були, як і в попередніх випадках, отримані інтервали для кожної групи даних, підрахована чисельність кожної групи, обчислені її середнє значення. Отримані результати статистичної обробки наведені в табл. 4, а на малюнку 4 зображена гістограма розподілу.

Таблиця 4. Статистичний розподіл кута μ орбіти короткоперіодичних комет

Група	min	max	кількість	Середнє значення
1	0,159687	0,425774	24	0,346631
2	0,425774	0,691861	67	0,566103
3	0,691861	0,957948	80	0,842524
4	0,957948	1,224035	123	1,083199
5	1,224035	1,490122	65	1,355593
6	1,490122	1,756209	86	1,597152
7	1,756209	2,022296	83	1,894827
8	2,022296	2,288383	66	2,152293
9	2,288383	2,55447	73	2,410164
10	2,55447	2,820557	43	2,635847
11	2,820557	3,086643	8	2,91024
Загальна кількість			718	

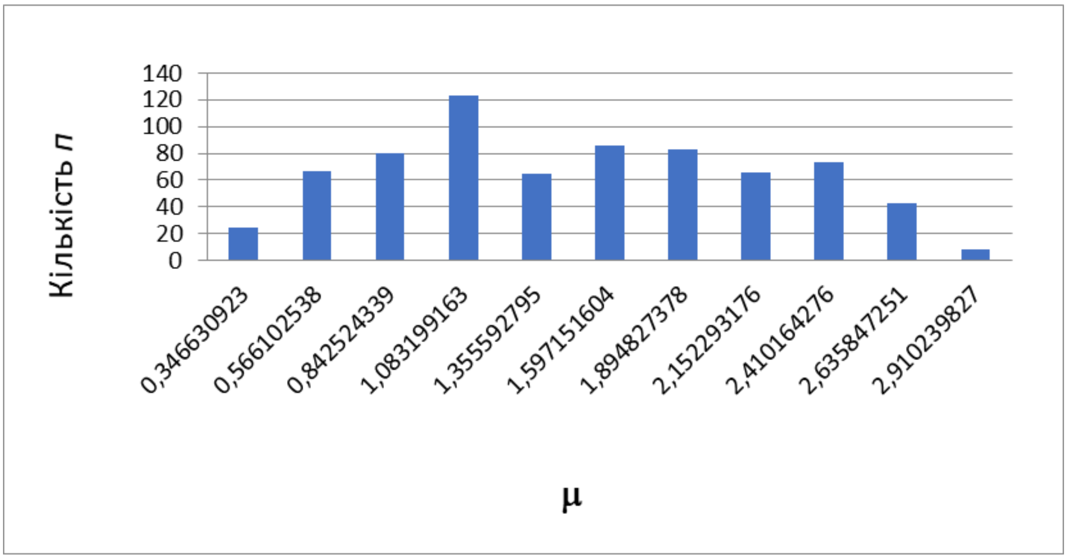
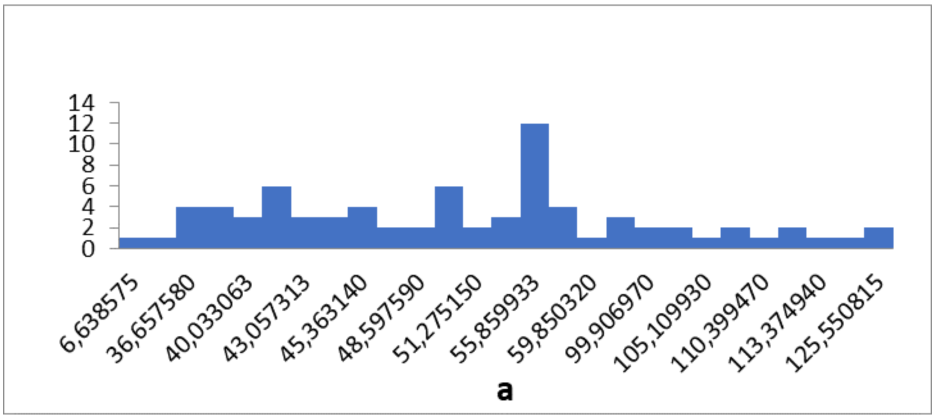


Рисунок 4. Гістограма кута μ орбіти короткоперіодичних комет

На отриманих в результаті статистичного дослідження гістограмах розподілів великої півосі a, ексцентриситету орбіти комет $e = sin\varphi$, кута i нахилу між площиною орбіти та площиною екліптики, кута $\mu = \arccos(\cos\varphi \cdot \cos i)$ чітко проявляються западини та викиди. Певний еволюційний механізм привів до того, що розподіл став багатомодальним.

Для дослідження довгоперіодичних комет був обраний новий каталог кометних орбіт [5]. Об'єм вибірки – 119 комет. Спочатку для всіх значень великої півосі *a* були визначені цілочисельні або напівцілочисельні значення дискретних рівнів, а потім виконано групування за отриманими дискретними числами. Таким чином отримали 59 груп даних, згрупованих за квантовими числами, для кожної з яких були обчислені середні значення досліджуваних елементів орбіт комет: більшої півосі *a*, ексцентриситету *e* та нахилу орбіти *i* та побудовані гістограми відповідних розподілів параметрів (див. малюнки 5 – 7).



Малюнок 5. Розподіл великої півосі довгоперіодичних комет

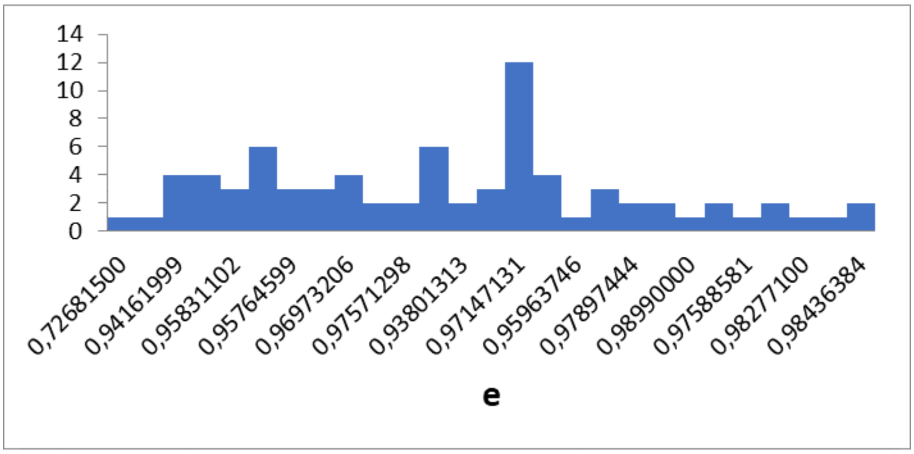


Рисунок 6. Розподіл ексцентриситету *e* довгоперіодичних комет

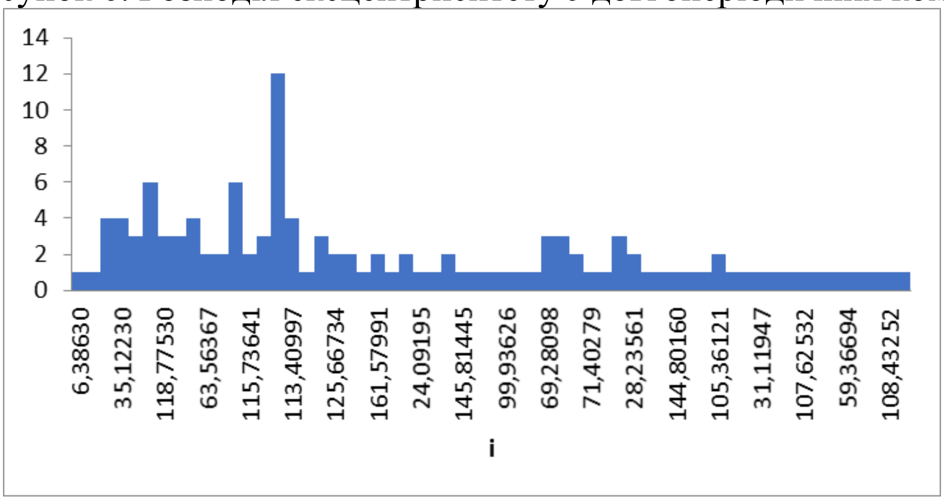


Рисунок 7. Розподіл нахилу орбіти *i* довгоперіодичних комет

В результаті статистичного аналізу елементів орбіт комет підтверджено, що вони добре групуються за дискретними рівнями розмірів орбіт, де n_kприймає цілочисельне або напівцілочисельне значення та $a_{01} = 0.0429$ а.о. На гістограмах для всіх досліджуваних параметрів орбіт чітко проявляються западини та викиди.

Висновки Під час дослідження були сформульовані основні проблеми кометної космогонії, описані два основних підходи до проблеми походження комет, обґрунтовано доцільність використання методів статистичного аналізу та аналізу часових рядів для виконання дослідження, визначена методика їх застосування. Було виконано статистичну обробку вибірок короткоперіодичних (718) та довгоперіодичних (119) комет за новими даними елементів їх орбіт, визначено розподіли досліджуваних параметрів у вигляді відповідних гістограм та виконано їх аналіз. Результати досліджень підтвердили гіпотезу про існування в міжпланетному просторі системи стійких орбіт комет NEC, для яких всі елементи підкоряються деякій детермінованій закономірності. Отримано оцінки її характеристик, які підтвердили дискретний характер розподілу великої півосі a, ексцентриситету орбіти e , нахилу i та значення кута μ. Достовірність отриманих гістограм і розподілу досліджуваних параметрів орбіт комет підтверджено узгодженістю результатів, отриманих методами статистичного аналізу та аналізу часових рядів.

SECTION 2. INFORMATICS AND CYBERNETICS

2.1 Quantitative evaluation of the electrocardiography - methods and clinical implementation

Electrocardiography (ECG) is a leading instrumental method of the bioelectrical potentials study of the heart muscle during its operation, one of the main and mandatory methods for heart disease diagnosing[19]. ECG has been and remains a relevant method of disease study of the cardiovascular system and is undergoing a significant transformation in modern medical practice[20]. The development of computer technology and information technology has given rise to new effective methods of ECG processing and diagnosis - ECG digitalization.

The QT interval is the time from the start of the Q wave to the end of the T wave (fig. 1), it represents the time taken for ventricular depolarisation and repolarisation [21] and depends on gender (woman have longer QT) [22], age (older people have longer QT), heart rate (HR) (inversely proportional).

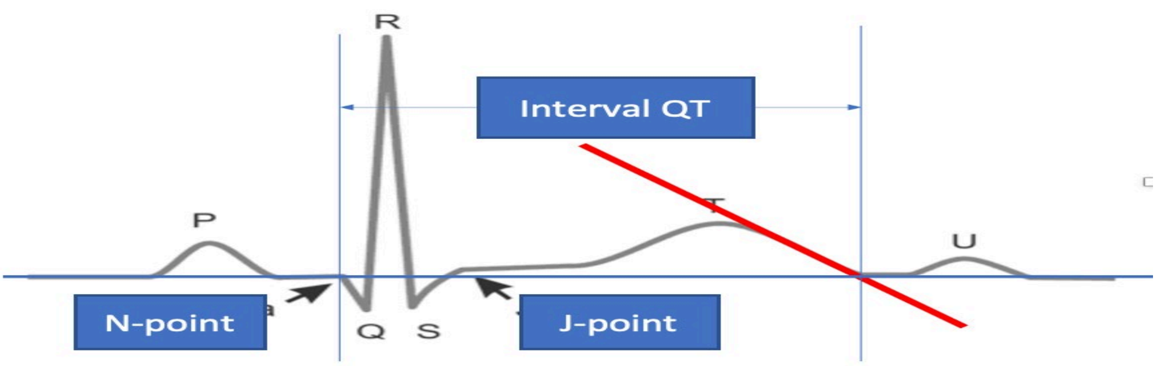


Fig. 1 The QT interval and the end of the T wave

The value of the QT dispersion (dQT) indicates the difference between the minimum and maximum QT duration:

$$dQT = QT_{max} - QT_{min}$$

The increase of dQT is associated with severe ventricular arrhythmias, sudden cardiac death in patients with chronic heart failure, hypertrophic cardiomyopathy, in male athletes (without heart disease) [23], decrease of dQT is a predictor of reduction of fatal events in patients with myocardial infarction (MI).

To accurately and objectively estimate of the QT interval, use a corrected (heart rate-adjusted) - QTc - Bazett formula (RR <1000 ms.) [24]:

$$QTc = QT : \sqrt{RR}$$

Normal rates: QTc for women <460 ms, for men <440 ms. Abnormally short QTc is considered to be <350 ms. QTc interval over 500 ms is associated with an increased risk of pirouette ventricular tachycardia (Torsades de Pointes)[21]. QTc interval> 600 ms is very dangerous and requires active methods of treatment. To assess QTc also use:

- Fridericia formula (RR > 1000 ms): $QTc = QT : RR^{1/3}$ [21]
- Framingham formula: $QTc = QT + 0{,}154(1 — RR)$[25]
- Hodges formula: $QTc = QT + 1{,}75(HR — 60)$ [21].

Visual determination of normal QT is acceptable, normal QT should be less than half of the previous RR interval (valid only for HR - 60-100 / min) (fig. 2) [26].

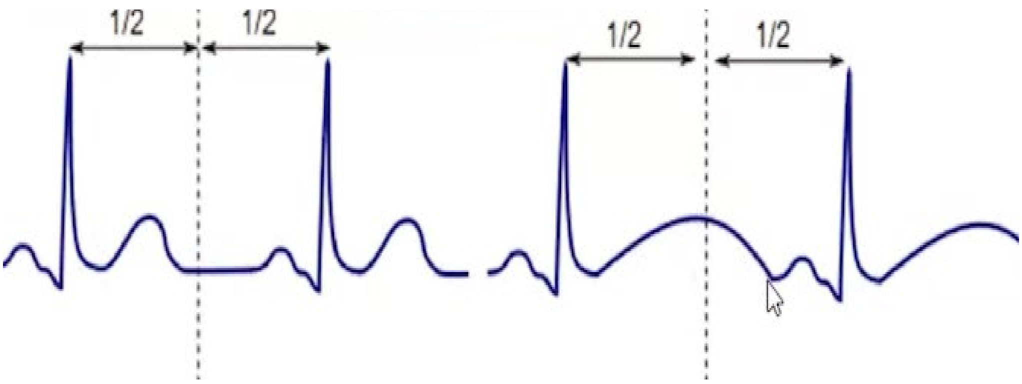


Fig.2 Visual determination of normal QT [27]

The study of heart rate variability (HRV) dates back to 1965, when scientists E.H. Hon and S.T. Lee found out that the state of fetal distress was preceded by an alternation of intervals between heartbeats before there were any significant changes in heart rate, and after 12 years M.M. Wolf and co-authors found a correlation of higher risk of death in patients with MI with low HRV [28]. Currently, studies of HRV and the possibility of cardiovascular risk prediction in various cardiac pathologies continue.

HRV is the natural variation of interval between heartbeats of normal sinus rhythm, they are called NN-interval [29]. HRV assessment in patients with MI, postinfarction cardiosclerosis, arrhythmias and heart failure is widely used [29].The normative time intervals for HRV assessment are 5 minutes for short and 24 hours for long ECG recordings.The definition of HRV in the evaluation of short records is more widely used in today's studies to obtain a "faster" result and to narrow the therapeutic "window" for decision, because this technique is simpler, however, 24-hour ECG recording allows to get more information about physiological and pathological processes in the body, but sometimes 10-second ECG recording is the only possible during emergency treatment, while being considered more variable and less informative [30].

The HRV study includes an analysis of the following indicators:

SDNN – standard deviation of all NN intervals;

SDANN - standard deviation of the averages of NN intervals in all 5 (10) min segments of the entire recording;

RMSSD - the square root of the mean of the sum of the squares of differences between adjacent NN intervals;

NN50 - count number of pairs of adjacent NN intervals differing by more than 50 ms in the entire recording;

pNN50 - NN50 count divided by the total number of all NN intervals [31].

Patients diagnosed with unstable angina have a significant decrease of HRV (SDNN, SDANN, RMSSD, PNN50), which is a negative prognostic factor, because the risk of MI or sudden death in this cohort of patients is higher (when SDANN <70 ms) [32]. Decrease of HRV leads to a dominant influence of sympathetic mechanisms and the development of electrical instability of the heart. In the acute phase of MI, the decrease of daily SDNN is associated with left ventricular dysfunction, elevated creatine phosphokinase, and acute heart failure class according to T. Killip and J. Kimball [33].

Thus, the decrease of HRV is usually considered as a marker of weakening of the parasympathetic protector of the heart and is regarded as a negative prognostic factor in the course of cardiovascular disease (CVD). ST-segment changes are important for prognosis, and even minor ST depression on the

ECG is associated with CVD and risk of death.

Abnormal ST-segment fluctuations reflect pathological ventricular repolarization, and the greater ST-segment depression - the worse prognosis and risk of CVD, although minor depression adversely affects the prognosis [34,35,36]. It is noted that changes of ST ("J-point" + 80ms / 1.0mm) are associated with all-cause mortality for both sexes (hazard rate [HR] of 0.64, p = 0.002] for men and 0.61, p <0.001] for women [37]. In the analysis of depression of the ST segment also evaluate its shape - upsloping, downsloping, horizontal (fig. 3).
It is known that upsloping depression of the ST segment is benign. C. Hodnesdal et al. (2013) investigated rapidly upsloping ST-segment in healthy middle-aged men and its association with the risk of death from coronary heart disease (CHD) [38]. Patients were divided into 3 groups and found that the rapidly upsloping group had a 30% decreased risk of CHD death (HR, 0.70, 95% CI 0.51-0.95) compared to the normal ST-segment group [38]. The rapidly upsloping ST-segment was a common finding (20%) and was associated with a 30% reduced risk of dying from CHD compared to individuals with normal ST-segment [38].

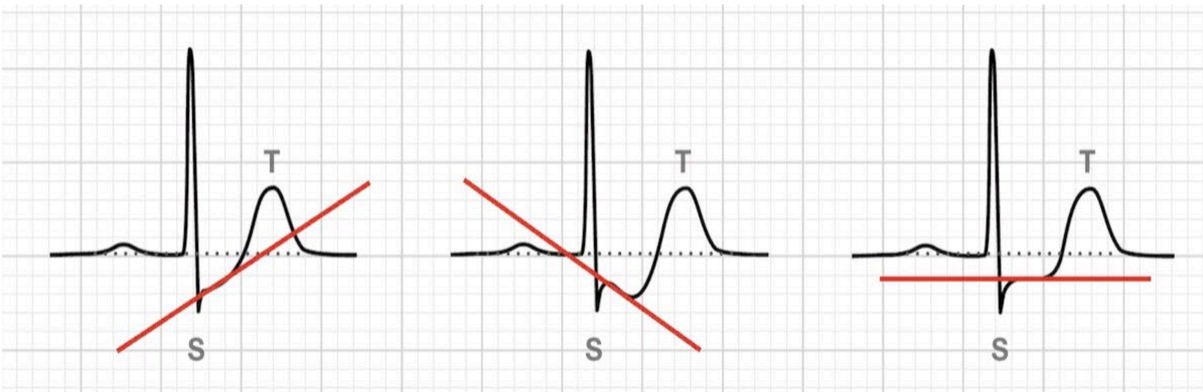


Fig. 3 Types of ST-segment depression (upsloping, downsloping, horizontal – from left to right) [39]

A promising study of the ECG is an algorithm of constructing of its first derivative for differentiation with the analysis of quantitative ratios of differentiated deflection T. This technique is based on the use of differential hardware amplifiers using integrated circuits that allow you to amplify the ECG and also simultaneously obtain the first derivative of each of the leads [40] or using mathematical calculations for digitalization of the ECG, providing a standard approach to the construction of the first derivative of the ECG curve by the equation:

$$Y'_x = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

lim – limit, Δy - function increment, Δx - argument increment.

For quantitative calculations, the rates of change of potentials during the ventricular repolarization phase are analyzed - the ratio of the maximum velocities (RMV), as the ratio of the amplitude of the second phase of the T wave to the first (V2 to V1), and the ratio of adjacent extreme values (RAEV) = (V1-V3) / V1 (fig.4) [40].

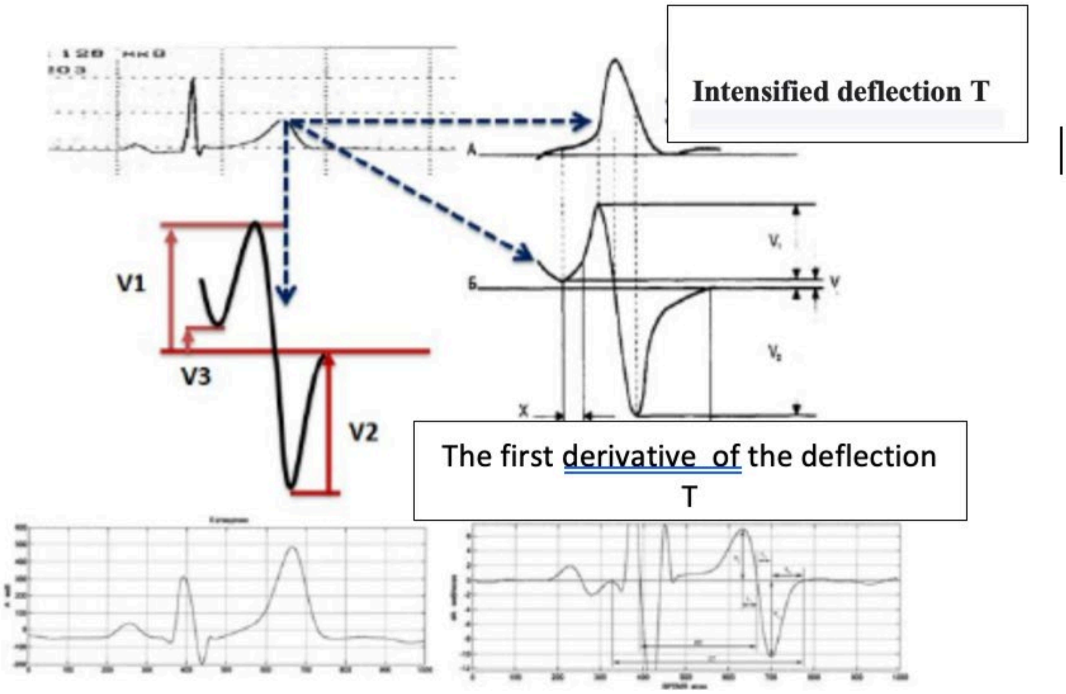


Fig. 4 Method of constructing of the first derivative of ECG and differentiation of T wave [40]

Decrease of RMV indicate an increased risk of acute coronary catastrophe, and increase of this indicator is a marker of left ventricular hypertrophy [41].

Thus, the quantitative assessment of the ECG for its digitalization is a promising direction of the development of modern medicine and requires further implementation in real clinical practice, the main advantages of which are safety, simplicity and non-invasiveness.

SECTION 3. MATHEMATICS

3.1 Application of statistical methods to analyse the results of medical research according to the type of the measurement scale

Analysis of the results of scientific medical research should usually begin with determining the type of measurement scale of the studied features. Descriptive and comparative statistics of results are performed depending on the type of the scale. There are four types of measurement scales that were proposed by S. Stevenson [42].

1. The nominal scale is a scale that classifies by name. Names are not quantified, they only distinguish one object of study from another. The simplest nominal scales are dichotomous scales that have only two categories (for example, gender, dominant hand, the presence of siblings) [43]. More complex nominal scales consist of three or more cells. For example, classification by ethnicity, marital status, eye colour. An essential feature of nominal scales is that they do not provide any ordering of answers. For example, by classifying people by their favourite colour, the researcher cannot put green "ahead" of blue. The answers are simply classified. Thus, the nominal scales reflect the lowest level of measurement [44]. Operating on nominal scales, the researcher has only one numerical characteristic - the number of observations.

Conjugation tables are used for statistical analysis of nominal scales. They indicate the number of persons in each experimental group who have or do not have studied feature. The results of research are usually presented in the form of *n* (%).

The following criteria are used to compare the samples presented in nominal scales.

Pearson's χ^2 test can be used both for 2x2 tables and for larger tables. This test has a limit on the number of observations. Ehe value in each cell should not be less than 10. If at least one cell has a value in the range from 5 to 9, use the Yates's correction [45].

The criterion is used only for independent samples, and for comparisons such as "before-after treatment", or if at least one cell has a value less than 5, use Fisher's exact test.

Fisher's exact test is used to compare small samples. It can be used in cases where the cells of table 2x2 have zero values, ie if the studied feature was not found in one of the groups or, conversely, was present in all patients of one of the groups [46].

Odds ratio is an assessment of the relative risk in case-control studies. Odds ratio is one of the main ways to numerically describe the extent to which the absence or presence of a certain trait is associated with the presence of the studied factor in the statistical group. Used only for case-control comparisons [47].

Relative risk is used to determine the risk of some symptom in patients exposed to a risk factor in relation to the control group. [47].

2. Ordinal scale - a scale that classifies on the principle of "more or less" [43]. There must be at least three classes in the ordinal scale. In contrast to the nominative scale, in the ordinal scale you can rank the elements from largest to smallest. However, unlike the interval scale and the relationship scale, the difference between the two levels cannot be considered the same as the difference between the other two levels. For example, if the satisfaction scale is considered, the same difference between "fully satisfied" and "partially satisfied" and between "partially satisfied" and "partially dissatisfied" cannot be considered [44].

Quantities and percentages are used for descriptive statistics of the data in the ordinal scale similarly to the nominative scale. Statistical analysis of ordinal scales is performed using following nonparametric methods.

Rosenbaum's Q test is used to compare independent samples if there are at least 11 elements in each sample.[43].

The Mann-Whitney U test is also used to compare independent samples, but it can be used for small sample size (at n_1, n_2> 3) and is more powerful than the Rosenbaum test. [43].

Signs z test is intended to establish the general direction of shift of the feature under study [43].

Wilcoxon's T test is used to compare features measured at two different levels in the same sample. Like the signs test, it allows to determine the direction of change, but also determines their severity [43].

Kruskal–Wallis test is used to compare three or more independent samples [48].

Spearman's rank correlation is used to determine the relationship between samples, it's direction, and strength.

3. The interval scale is a scale according to which each of the possible values of the feature is at the same distance from the other value [43]. The disadvantage of interval scales is that they do not have a true zero point, even if one of the scaled values is called "zero". An example of an interval scale is the intelligence quotient (IQ). Although it is technically possible to get a score of 0 on the IQ test, such a score will not indicate a complete absence of IQ. Moreover, if a person has an IQ of 140, it does not mean that his level of intelligence is twice as high as the level of intelligence of a person with an IQ of 70. However, the difference between IQ 80 and 100 is the same as the difference between IQ 120 and 140 [44].

Statistical analysis of the data presented in the interval scale is performed depending on the distribution of the random variable. The following criteria are used to check the distribution for normality [49].

Combined criterion for checking skewness and kurtosis for sample sizes $8 \le n \le 5000$. This criterion includes checking the distribution law for symmetry. Since there are other symmetric laws besides the normal distribution law, the condition of proximity of the asymmetry coefficient to zero is necessary, but not sufficient to claim that the distribution law is normal. Therefore, to check for symmetry in this criterion add another check for the kurtosis of the distribution of the feature, which in the normal distribution is zero. The power of this criterion increases as the sample size increases.

D'Agostino's K-squared test for small sample sizes is based on transformations of the sample kurtosis and skewness, and has power only against the alternatives that the distribution is skewed and/or kurtic.

The Shapiro-Wilk test is used for small samples (8≤n≤50). The test is more powerful than nonparametric agreement criteria, but it is difficult to distinguish the exponential distribution law from the normal one.

The Epps-Pally test is used for 8≤n≤200 samples. This test is more powerful than the nonparametric agreement tests at the sample size n≤50, but as the Shapiro-Wilk test, it is difficult to distinguish the exponential distribution law from the normal one.

Pearson's test and Kolmogorov-Smirnov's test are non-parametric agreement tests and they are suitable only for grouped data, and grouping leads to loss of information. Their using is appropriate as additional to the tests described above.

The description statistics of the interval scale data is presented using the mean value and its error or standard deviation, if the hypothesis of the normality of the distribution of a random variable is accepted, or using the median and interquartile range otherwise.

If the hypothesis of a normal sample distribution is accepted, then the following parametric tests are used for statistical analysis of interval scales

Paired t-test is used to compare means of two normally distributed populations from which two dependent samples were selected.

Unpaired t-test is used to compare means of two normally distributed populations in the case of independent samples.

ANOVA is used if it is necessary to compare three or more levels of a certain trait. This test is more powerful than the Kruskal–Wallis test, but it can only be used in the case of normally distributed samples.

Pearson's correlation is used to determine the presence of a relationship, its direction, and strength between two normally distributed independent features.

If the distribution of at least one of the studied samples differs from normal, nonparametric methods are used similar to the ordinal scales.

4. The ratio scale has all the properties of nominal, ordinal and interval scales. Like the nominal scale, it provides a name or category for each object (numbers are labels). As with the ordinal scale, objects are ordered (in terms of ordering numbers).

As in the interval scale, the same difference in the two places on the scale has the same value. The main difference of the scale of equal relations is the presence of a real zero point [44]. A classic example of the difference between an interval scale and a ratio scale is the temperature scale. The Kelvin scale has absolutely zero, and one can say that the temperature of 100°K is twice as high as the temperature of 50°K. The Celsius scale has no absolute zero, and therefore it cannot be said that a temperature of 100°C is twice as high as the temperature of 50°C.

Statistical analysis of ratio scales relations is carried out similarly to the analysis of interval scales.

3.2 The arcsine laws in the modelling of the natural processes depending on random factors

1.1. Random processes. Wiener process.

The process is called a phenomenon that develops, changes over time. A random process is a process whose development depends, among other things, on random factors. Random processes are models, mathematical forms of description, and study of the behaviour of many natural phenomena, such as physical, biological, socio-economic ones. Examples of random processes include deviations in the processing of parts from standard sizes, the service life of household appliances and technical equipment, fluctuations in exchange rates and securities prices, the number of orders for service over time in queuing systems, and so on.

Such a wide practical application of random processes, of course, led to their active study and practical use of the results. However, their study is not easy.

One of the first random processes considered and studied by scientists was the microscopic observation of the behaviour of solid particles in liquids or gases the process of chaotic thermal motion of these particles under the action of uneven impacts of molecules of matter from different directions, which was called Brownian[1] motion.

Brownian motion has an unexpected feature for scientists of that time - the motion of particles never stops. So the reason for the motion of particles is precisely the structure of a liquid or gas. Experiments have shown that the velocity of particles during Brownian motion increases with increasing temperature of the liquid or gas, which suggests the connection of Brownian motion with the chaotic thermal motion of the particles that make up the liquid or gas. The discovery and explanation of Brownian motion were of great importance for physics, as it became both experimental and theoretical confirmation of the chaotic thermal motion of molecules and atoms, which is a fundamental position of the modern molecular kinetic theory of the structure of matter.

[1] It is named in honour of the Scottish biologist Robert Brown, who in 1827, when examined under a microscope, noticed the chaotic and incessant movement of plant pollen particles in water.

The mathematical model of the Brownian motion was created at the beginning of the twentieth century almost simultaneously by M. Smoluchowski in 1904 in Lviv (Ukraine) and A. Einstein in 1905 in Bern (Switzerland). These scientists independently developed theories that described the parameters of the motion of molecular particles in matter.

The American mathematician N. Wiener made a significant contribution to the further study of the Brownian motion. It was in his honour that the Wiener process was named – it is denoted by $w(t)$ – a mathematical model of the Brownian motion process or, in general, of random walk with continuous time.

The Wiener process $w(t)$ in the theory of random processes is one of the most important random processes and plays an important role in applied mathematics. A detailed review of both the Wiener process and its properties and its application in socio-economic processes can be found in [50].

1.2. Stochastic differential equations.

The Wiener process, as a mathematical model of Brownian motion, proved to be an extremely complex mathematical object. One of the key and fundamental properties of the Wiener process $\boldsymbol{w(t)}$ was that, firstly, it is not differentiated (it does not have a normal differential) at any point, and, secondly, has an unlimited variation on any which segment. This makes it impossible to study the Wiener process using conventional tools (differential, derivative, integral) of mathematical analysis.

However, in the 1940s the Japanese mathematician Kiyosi Itô and, independently of him, the Ukrainian mathematician Iosif Gikhman, developed the concept of a stochastic differential of a random process, denoted by $dw(t)$ for the Wiener process (see, for example, [51]), which is analogous to the concept of the ordinary differential in mathematical analysis.

This not only made it possible to construct a theory of stochastic Ito calculus (i.e., the ability to find differentials and integrals from random processes) but also made it possible to consider random processes as solutions of differential equations of a certain type – which includes stochastic differentials in addition to ordinary differentials. Such differential equations became known as stochastic differential equations.

For example, let us consider $\xi(t)$ – a random continuous-time process with continuous trajectories. One can prove (see, for example, [52]) that process $\xi(t)$ is a solution of the following stochastic differential equation:

$$\xi(t) = \xi(0) + \int_0^t b(\xi(s))ds + \int_0^t \sigma(\xi(s))dw(s) , \tag{1.1}$$

where $\int_0^t b(\xi(s))ds$ be an ordinary Lebesgue integral and $\int_0^t \sigma(\xi(s))dw(s)$ be an Ito stochastic integral over a stochastic differential $dw(s)$. Moreover, the coefficient $b(x)$ for an ordinary differential is called a drift coefficient, and the coefficient $\sigma(x)$ for a stochastic differential is called a diffusion coefficient.

Subsequently, many results were obtained regarding the conditions of existence and unity of solutions of stochastic differential equations of the form (1.1), their properties, and methods of solving certain types of stochastic differential equations.

A detailed review of the theory of stochastic differential equations developed research methods and the results obtained can be found in [52], [53], [54].

1.3. Random processes with the local time at some point

Here is a brief overview of the issue, using [54], [55].

With the progress of science and technology, the development of their applications such as filtering, encrypting, and decrypting signals in communication networks, forecasting various economic and social phenomena and indicators, calculations involving a large number of insignificant factors, etc. are becoming increasingly popular. Modern physics in the study of many phenomena requires taking into account various kinds of fluctuation effects. These can be thermal noise, instability, turbulence, inhomogeneity of the environment, problems in statistical hydrodynamics, statistical radio physics and acoustics, and so on.

If the phenomenon under consideration occurs in a multilayer medium, such as liquid filtration, then the so-called local time of process appears in the mathematical model of the phenomenon. The local time of random process at a certain point to some instant is a purely probabilistic object. The study of random processes with local time at a certain point is a modern area of research in the theory of random processes.

It has been proved that the local time of a non-random process at a certain point for any period of time is identically equal to 0, but for random processes, the local time exists and it is different from 0. For example, for a random process $\xi(t)$ given as a solution of stochastic differential equation (1.1) local time at point a until time t is defined as follows:

$$L^{\xi}(t,a) = \lim_{\delta \to 0} \frac{1}{2\delta} \int_0^t I_{\{(a-\delta;\, a+\delta)\}}\big(\xi(s)\big)\sigma^2(\xi(s))\, ds\,, \tag{1.2}$$

where $I_{\{A\}}(x) = \begin{cases} 1\,, & if \quad x \in A \\ 0\,, & if \quad x \notin A \end{cases}$ be the indicator function of set A.

The first representative of this class of random processes is so-called "skew Brownian motion", which was defined by K. Itô and H. McKean and firstly productive studied by W. Rosenkrantz and M. Portenko. Summarizing the results of these and other authors, we can say that the skew Brownian motion can be considered as a solution of a stochastic equation with local time at some point a of the form

$$\xi(t) = \beta L^{\xi}(t,a) + w(t), \tag{1.3}$$

where $w(t)$ is a standard Wiener process. The solution of Equation (1.3) is interpreted by researchers as Brownian motion in some medium (liquid or gas), where at a certain level there is a partially permeable membrane.

The coefficient β at local time in Equation (1.3) is interpreted as an indicator of membrane permeability. We will talk about the reasons for this interpretation later.

2.1. Arcsine laws for the Wiener process

Let $I_{\{A\}}(x)$ be the indicator function of set A, as defined above.

Theorem A. (by French mathematician P. Levy, 1939)

Let $\{w(t),\ t \in [0, 50]\}$ be a standard Wiener process. Then for $0 \le x \le 1$

$$P\left\{\int_0^1 I_{\{(0;\,+\infty)\}}(w(t))dt \le x\right\} = \frac{2}{\pi}\arcsin x. \tag{2.1}$$

This result was later summarized as

$$P\left\{\frac{1}{T}\int_0^T I_{\{(0;\,+\infty)\}}(w(t))dt \le x\right\} = \frac{2}{\pi}\arcsin x. \tag{2.1.1}$$

This result is called “the arcsine law”. In simple words, we can say that according to the arcsine law, the time that the trajectory of the Wiener process spends in the upper half-plane has the arcsine distribution. That is, if the trajectory of the Wiener process has been in the lower half-plane for a long time, then the probability increases that the trajectory of the Wiener process will pass into the upper half-plane.

This property of the Wiener process and random deviations of exchange rates, stocks, securities, which have a behaviour similar to the behaviour of the Wiener process, have led to numerous attempts to use the arcsine law for prediction of the exchange rates of economic assets.

To do it strictly mathematically, of course, is impossible due to the presence of randomness. However, investors often are satisfied with approximate results, so, the number of publications that try to use the arcsine law for prediction of the behaviour of exchange rates of economic assets increase: Google returns almost 1 million results for keywords “arcsine law economics”.

Later were received other similar results where appear arcsine function. They were called the arcsine laws too; particularly the result of the Theorem A was named “the first arc-sine law”. Consequences of these works are the following results:

Theorem B. (so called “the second arc-sine law for Brownian motion”).

Let $L = sup\{t \leq 1 : w(t) = 0\}$ be the last zero of Wiener process until the instant $t = 1$. Then (for $0 \leq x \leq 1$)

$$P\{L \leq x\} = \frac{2}{\pi} \arcsin x. \quad (2.2)$$

Theorem C. (so called “the third arc-sine law for Brownian motion”).

Let $Z = arg \max_{t \in [0,1]} \{w(t)\}$ be the instant of hitting Wiener process its maximum for time $[0, 50]$. Then (for $0 \leq x \leq 1$)

$$P\{Z \leq x\} = \frac{2}{\pi} \arcsin x. \quad (2.3)$$

2.2. Arcsine laws for the skew Brownian motion

Let us consider the skew Brownian motion as a solution of a stochastic equation involving the local time of process at the point 0 until time t

$$\xi(t) = \beta L^{\xi}(t,0) + w(t), \ \ t \geq 0, \tag{2.3}$$

where $w(t)$ be a standard Wiener process.

It is well known from [56], that if $|\beta| \leq 1$ then there is the unique strong solution of Equation (2.3) i.e. a symmetric local time of process $\xi(t)$ at the point 0 until time t of the form of Equation (1.2) exists almost surely:

$$L^{\xi}(t,0) = \lim_{\delta\to 0} \frac{1}{2\delta} \int_0^t I_{\{(-\delta;\,\delta)\}}\big(\xi(s)\big)\, ds\,,$$

and Equation (2.3) fulfils almost surely.

One can prove the following results:

Theorem 2.1. (A first arc-sine law for the skew Brownian motion).

Let $\xi(t)$ be the skew Brownian motion, defined by Equation (2.3) and constant $|\beta| < 1$. Then for every $0 \leq x \leq 1$, we have

$$P\left\{\frac{1}{T}\int_0^T I_{\{(0;\,+\infty)\}}(\xi(t))dt \leq x\right\} = \frac{2}{\pi}\arcsin\sqrt{\frac{(1-\beta)^2 x}{(1+\beta)^2 - 4\beta x}}. \tag{2.4}$$

Theorem 2.2. (A second arc-sine law for the skew Brownian motion).

Let $\xi(t)$ be the skew Brownian motion, defined as above, constant $|\beta| < 1$ and

$$N_T = sup\{t \leq T : \ \xi(t) = 0\}\,.$$

Then for every $0 \leq x \leq T$, we have

$$P\{N_T \leq x\} = \frac{2}{\pi}\arcsin\sqrt{\frac{x}{T}}\ .$$

Theorem 2.3. (A third arc-sine law for the skew Brownian motion).

Let $\xi(t)$ be the skew Brownian motion, defined as above, constant $|\beta| < 1$ and

$$Z_T = arg \max_{t\in[0,T]}\{\xi(t)\}\,.$$

Then for every $0 \leq x \leq T$, we have

$$P\{Z_T \leq x\} = \frac{2}{\pi}\arcsin\sqrt{\frac{x}{T}}.$$

2.3. Consequences of the Theorem 2.1.

Corollary 1. It's clear that if $\beta = 0$ then from Equation (2.4) we have result for Wiener process, i.e. Equation (2.1) from Theorem A. Thus, Theorem 2.1 generalizes result of Theorem A.

Corollary 2. It's well known from [56] that if $\beta = 1$ then distributions of the skew Brownian motion coincide with distributions of process $|w(t)|$ and if $\beta = -1$ then distributions of the skew Brownian motion coincide with distributions of process $-|w(t)|$. So we should expect that for $\beta \to 1$ the probability

$$P\left\{\frac{1}{T}\int_0^T I_{\{(0;+\infty)\}}(\xi(t))dt \le x\right\}$$

have to tend to 0 for $0 < x < 1$, and for β tends to -1 the probability

$$P\left\{\frac{1}{T}\int_0^T I_{\{(0;+\infty)\}}(\xi(t))dt \le x\right\}$$

have to tend to 1 for $0 < x < 1$. It is obviously that exact the same results follow from Equation (2.4).

Corollary 3. It follows from Theorem A that for the Wiener process $w(t)$ holds

$$P\left\{\frac{1}{T}\int_0^T I_{\{(0;+\infty)\}}(w(t))dt \le \frac{1}{2}\right\} = \frac{1}{2}.$$

Let us compare this result with similar results for the skew Brownian motion. As follows from Theorem 2.1, we have:

$$P\left\{\frac{1}{T}\int_0^T I_{\{(0;+\infty)\}}\big(\xi(t)\big)dt \le \frac{1}{2}\right\} = \frac{2}{\pi}\arcsin\sqrt{\frac{(1-\beta)^2}{2+2\beta^2}}\ ;$$

$$P\left\{\frac{1}{T}\int_0^T I_{\{(0;+\infty)\}}(\xi(t))dt \le \frac{(1-\beta)^2}{2+2\beta^2}\right\} = \frac{1}{2}.$$

The proof of Theorems 2.1, 2.2, 2.3, formulation and proof of some other results, and much more detailed review of publications other authors on this topic are given in the work of the author of these lines [57].

3. Some possible interpretations of the obtained results for prediction of the behaviour of natural processes depending on random factors and having a partially permeable barrier at a certain level.

Now let us recall the numerous studies of the price dynamics of some economic assets – the exchange rate, stocks, commodities, the ForEx market, etc., which contain attempts to predict these price dynamics. If the investor considers the market stable and homogeneous and assumes that fluctuations in economic assets are caused only by chance, then to predict the behaviour of exchange rates or other economic assets, the investor should (and really do) try to use the law of arcsine for the Wiener process.

Further in studies devoted to the investigation of pricing different goods, currencies, assets we often meet an idea of "psychological barrier", i.e. such price, after reaching it we observe a significant change of attitude of investors to this "goods"— an additional growth or reduction the demand on it.

On another side, it's well known ([54], p. 139) that the local time of the one-dimensional random process is like some partially permeable "membrane" such as the path of a one-dimensional random process with local time after reaching the level where the local time with the coefficient $|\beta| \leq 1$ is concentrated with probability $\frac{1+\beta}{2}$ will go up and with probability $\frac{1-\beta}{2}$ it will go down. It is these values (more precisely, one value – the constant β, i.e. the coefficient at the local time of the process) that determine the indicator of permeability of the membrane.

In extreme cases, at $\beta = \pm 1$ the membrane ceases to be permeable, becomes a barrier with reflection up (at $\beta = 1$) or down (at $\beta = -1$).

For example, suppose that about 70% of investors for *some reason* believe that the exchange rate of a certain economic asset equal to 25 $ – it's cheap. Then when the exchange rate of this asset reaches the price equal to 25 $ about 70% of investors begin to actively buy it, so the rate of this asset goes up. Approximately, we can assume that the probability of the stock price to go up in this situation (after it reaches level 25 $) is equal to 0.7, i.e. $\frac{1+\beta}{2} = 0{,}7$ so we find that $\beta = 0.4$.

That is why we assume that the skew Brownian motion can be considered as a model of the behaviour of exchange rates, stocks, or other economic assets with semipermeable membranes – it may be due to psychological, regulatory, or other reasons. Therefore, the results of this chapter can be used for predicting the exchange rate of currencies or other economic assets in the situation of the existence of some psychological, regulatory, technical, or technological partially permeable barriers.

Moreover, for the same reasons, it is natural to assume that the results of this chapter can be used to modelling and predicting the behaviour of many other natural processes, such as demographic, electoral, biological, technical ones in the situation of the presence of permeable barriers in a mathematical model of these processes.

3.3 Quantum Genetic Algorithm Of Sinus Node Dysfunction Syndrome Diagnosis

It's known that using quantum genetic algorithm may be effective for heart electrical instabilities diagnosis. We used simple variant of it [58]. Example of the quantum genetic algorithm (QGA) using for differential diagnosis of antonym, oxymoron like heart electrical instabilities for sinus node dysfunction syndrome or binodal syndrome [58] by some qubit chromosomes:

|q> = α1|0> + α2|1>

|q1 > = α1 (sinoatrial blockade II stage)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

|q2> = α1 (tachy- brady- syndrome)|0> α2 (atrial flutter) |1>

|q3 > = α1 (reentrant supraventricular tachycardia)|0> + α2 (Trifascicular Block - Right Bundle Branch Block with Both Left anterior fascicular block and Left posterior fascicular block) |1>

|q4 > = α1 (Atrioventricular III block)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

|q5 > = α1 (sinus bradycardia)|0> + α2 (atrial tachyarrhythmias) |1>

|q6 > = α1 (sinus pause)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

|q 7> = α1 (sinoatrial exit block)|0> + α2 (sinus bradycardia) |1>

Some examples of linear and nonlinear antonym pathogenesis of arrhythmias and blockades as result of unity [59,60] were presented as prerequisite to sinus node dysfunction diagnostics principles of methodical directions. Some examples of linear and nonlinear antonym pathogenesis of arrhythmias and blockades as result of unity [59,60] were presented as prerequisite to sinus node dysfunction diagnostics principles. Purpose of this investigation was to determine directions of quantum genetic algorithm for sinus node dysfunction diagnosis.

Diagnosis of sinus node dysfunction syndrome was based on our data and Medscape information [61,62,63,64,65,66,67], presented on visual programming by language "Dragon" [68] (fig. 1).

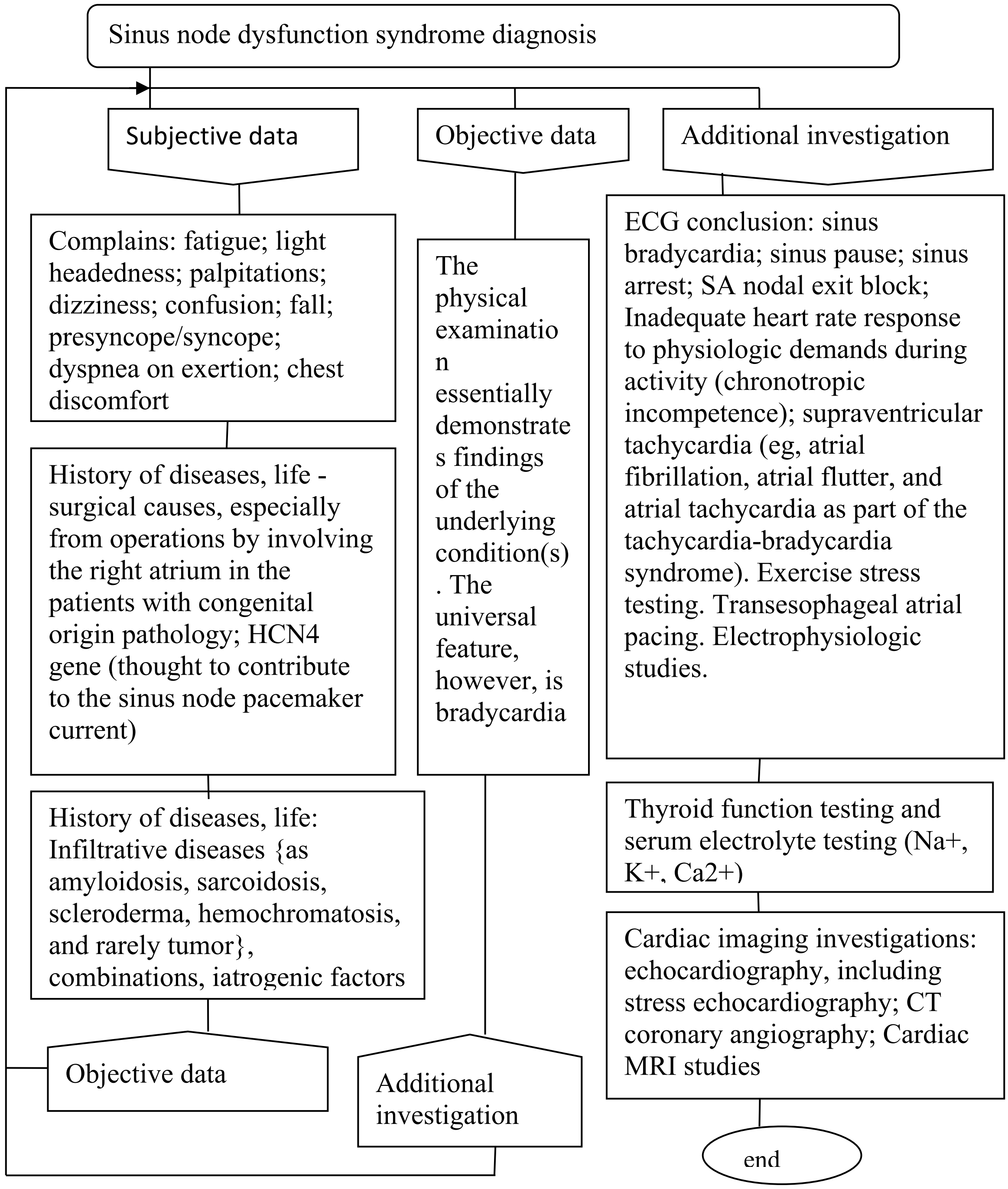


Fig. 1. Diagnosis of sinus node dysfunction syndrome by language "Dragon" [68]

A higher-order quantum genetic algorithm was used for diagnosis of sinus node dysfunction syndrome [69].

Diagnosis of sinus node dysfunction syndrome was based on Medscape information [61,62,63,64,65,66,67] and ECG may include the following:

- Periods of inappropriate and often severe bradycardia, with heart rate of below 50 beats per minute (bpm);
- Sinus pauses;
- Sinus Arrest;
- Sinoatrial (SA) exit block with, and often without, appropriate atrial and junctional escape rhythms;
- Alternating bradycardia and atrial tachyarrhythmias;
- Atrial fibrillation is the most common arrhythmia
- Atrial flutter;
- Paroxysmal supraventricular tachycardias (ie, due to atrial tachycardia).

Example of the quantum genetic algorithm using for differential diagnosis of antonym, oxymoron like heart electrical instabilities for sinus node dysfunction syndrome or binodal syndrome by some qubit chrosomes:

$|q\rangle = \alpha 1|0\rangle + \alpha 2|1\rangle$

|q1 > = α1 (sinoatrial blockade II stage)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

|q2> = α1 (tachy- brady- syndrome)|0> α2 (atrial flutter) |1>

|q3 > = α1 (reentrant supraventricular tachycardia)|0> + α2 (Trifascicular Block - Right Bundle Branch Block with Both Left anterior fascicular block and Left posterior fascicular block) |1>

|q4 > = α1 (Atrioventricular III block)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

|q5 > = α1 (sinus bradycardia)|0> + α2 (atrial tachyarrhythmias) |1>

|q6 > = α1 (sinus pause)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

|q 7> = α1 (sinoatrial exit block)|0> + α2 (sinus bradycardia) |1>

|q 8> = α1 (sinoatrial blockade II stage)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

|q9> = α1 (pair supraventricular extrasystoles)|0> + α2 (short supraventricular tachycardia) |1>

|q10> = α1 (pair atrial extrasystoles)|0> + α2 (Short runs of atrial arrhythmia|1>

|q11> = α1 (tachycardia syndrome)|0> + α2 (bradycardia syndrome) |1>

and so on

Examples of higher-order QGA by the quantum operators implementation, which take into account the quantum chromosome representation as a quantum register set with entangled states [69, 70].

If each two qubits are entangled, then the chromosome [69, 70] can be represented as follows:

R1 R2 R3 R4; and so on, where each quantum register Ri consists of two qubits (r = 2) [69, 70], which are in a superposition state:

R1

q1	q2

|q1> = α1 (pair supraventricular extrasystoles)|0> + α2 (short supraventricular tachycardia) |1>

|q2> = α1 (pair atrial extrasystoles)|0> + α2 (Short runs of atrial arrhythmia|1>

R2

|q3	|q4

|q3> = α1 (tachycardia syndrome)|0> + α2 (bradycardia syndrome) |1>

|q4 > = α1 (reentrant supraventricular tachycardia)|0> + α2 (Short runs of atrial arrhythmia|1>

R3

|q5	|q6

|q5 > = α1 (sinus bradycardia)|0> + α2 (atrial tachyarrhythmias) |1>

|q6 > = α1 (sinus pause)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

R4

|q7	|q8

|q 7> = α1 (sinoatrial exit block)|0> + α2 (sinus bradycardia) |1>

atrial fibrillation

|q 8> = α1 (sinoatrial blockade II stage)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

Example of higher-order QGA with the quantum chromosome to consist of four quantum registers and to be represented as follows: R1 R2 R3 R4

R1

|q1	|q2	|q3	|q4

|q1> = α1 (pair supraventricular extrasystoles)|0> + α2 (short supraventricular tachycardia) |1>

|q2> = α1 (pair atrial extrasystoles)|0> + α2 (Short runs of atrial arrhythmia|1>

|q3> = α1 (tachycardia syndrome)|0> + α2 (bradycardia syndrome) |1>

|q4 > = α1 (reentrant supraventricular tachycardia)|0> + α2 (Short runs of atrial arrhythmia|1>

R2

|q5	|q6	|q7	|q8

|q5 > = α1 (sinus bradycardia)|0> + α2 (atrial tachyarrhythmias) |1>

|q6 > = α1 (sinus pause)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

|q 7> = α1 (sinoatrial exit block)|0> + α2 (sinus bradycardia) |1>

|q 8> = α1 (sinoatrial blockade II stage)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

R3

|q9	|q10	|q11	|q12

|q9 > = α1 (sinoatrial blockade II stage)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

|q10> = α1 (tachy- brady- syndrome)|0> α2 (atrial flutter) |1>

|q11 > = α1 (reentrant supraventricular tachycardia)|0> + α2 (Trifascicular Block - Right Bundle Branch Block with Both Left anterior fascicular block and Left posterior fascicular block) |1>

|q12 > = α1 (Atrioventricular III block)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

R4

|q13	|q14	|q15	|q16

|q13 > = α1 (sinus bradycardia)|0> + α2 (atrial tachyarrhythmias) |1>

|q14 > = α1 (sinus pause)|0> + α2 (atrial fibrillation) |1>

|q 15> = α1 (sinoatrial exit block)|0> + α2 (sinus bradycardia) |1>

|q16 > = α1 (sinus bradycardia)|0> + α2 (Trifascicular Block - Right Bundle Branch Block with Both Left anterior fascicular block and Left posterior fascicular block) |1>

Diagnosis verification must will be by:

- statistical analysis (http://vassarstats.net/vsclin.html) ;
- test of sensitivity (http://vassarstats.net/clin1.html) and specificity by (http://vassarstats.net/clin1.html);
- transesophageal atrial pacing [61];
- electrophysiological studies [61].

Thus, linear and nonlinear oxymoron like pathogenesis of arrhythmias and blockades was prerequisite to sinus node dysfunction diagnosis by using higher-order quantum genetic algorithm. Quantum state entanglement of heart electrical instabilities was basis for successful decisions. Higher-order quantum genetic algorithm for diagnosis showed its effectiveness. Diagnosis verification must will be by test of sensitivity and specificity; by transesophageal atrial pacing, electrophysiological studies.

3.4 Mathematical description of throttle diagrams of gas-hydrodynamic devices

Gas-hydrodynamic devices are widely used in pneumatic and hydro-automatics, in measuring transducers of physical and mechanical parameters of fluids, in transducers of position and dimensions of details, in synthesizers of gas mixtures and liquid mixtures of a specific composition, etc. [71-80]. Throttle elements are the main components of such devices. They are placed in the fluid flow to create various gas-hydrodynamic effects. The functionality and the operation of gas-hydrodynamic devices depend on many factors particularly, the number and the type of throttle elements, the connection type, combinations of different throttles in the diagram, and the regime parameters of their operation. The structure of throttle diagrams is the basis for the synthesis of every gas-hydrodynamic device. It is necessary to have different types of diagrams to solve the problem of choosing a throttle diagram for a specific gas-hydrodynamic device. This task is complicated for gas-hydrodynamic devices because the number of throttle diagrams increases progressively with the increasing of the number of different throttle elements.

Besides, using the multi-type throttles with different ways of their connection even in the same diagram leads to increasing the number of possible variants of constructing the gas-hydrodynamic devices, which may differ by their transform functions and accuracy. Therefore, generating the totality of throttle diagrams is relevant for solving the problems of synthesizing gas-hydrodynamic devices.

The gas-hydrodynamic devices of different functionality are constructed on the base of throttle elements connected in various diagrams. The number of throttle elements, their type and design parameters plays an important role in building the specific gas-hydrodynamic devices since they have a significant impact on their metrological and operational characteristics [71, 72].

Synthesizing a specific gas-hydrodynamic device begins with the analysis of the capabilities of throttle diagrams. Thus, the research [73] is devoted to investigating the different variants of constructing the capillary pressure dividers used in gas-dynamic synthesizers of multicomponent gas mixtures with micro-concentrations of components and flowrate setting devices. Depending on the specific synthesis problem, these dividers contain the different numbers of capillaries, which are arranged in series and parallel in a capillary pack. In [74], the gas-dynamic divider is considered for the setting of different pressure values. The diagrams of cascade connection and binary branching of linear dividers are developed for micro-flowrate setting devices, synthesizers of gas mixtures, and pressure calibrators.

The diagrams of gas-dynamic synthesizers are built on the basic diagrams. According to the classification [75], they include a flows summarizer, a gas flow divider, a packet of capillaries, a pressure divider, as well as cascade connections of pressure dividers and gas flow dividers. Considering the analysis of the properties of the basic connections of throttle elements, a diagram is proposed that combines the investigated throttle diagrams. This diagram is intended for designing high-precision systems of gas-dynamic preparation of complex mixtures with micro-concentrations of components [75]. The article [76] presents a precise synthesizer of binary and triple mixtures for calibrating blood analyzers based on the throttle diagram of flow summarizer with pressure equalization. The dimensions of the dosing capillaries of the summarizer provide the concentrations of components in the gas mixture that are independent of changes of the inlet, outlet and barometric pressure.

Air gauges have been used in industrial measurements of linear dimensions, the roundness of cylindrical elements, etc. The simplest device consists of two serial connected inlet and measuring nozzles [77]. The surface of the measured part serves as a flapper, which restricts the airflow at the outlet of connection. The air pressure in the chamber between the throttles is the output signal of such a device. It is proportional to the distance between the nozzle and the controlled surface.

The choice of throttle elements and their connection into a diagram is an integral part of the synthesis of gas-hydrodynamic throttle transducers of various physical and mechanical parameters of gases and liquids [78]. In the device for measuring the liquid viscosity [79], a viscous-sensitive element is used with the capillary channels connected parallel into a package. Such a package makes it possible to create laminar fluid flow in each capillary. Viscosimetric detectors constructed on three, four capillaries, connected in bridge diagrams [80], are used in chromatography to determine the specific viscosity. In [81], the bridge diagram based on capillary tubes is used to measure small gas flowrates. A similar diagram with turbulent and laminar throttles in the opposite bridge arms is proposed for measuring the kinematic viscosity and density of petroleum products [71]. The authors in [72] propose a bridge diagram with the same types of throttle elements for continuous analysis of binary gas mixtures. More complex diagrams, as serial connected hydrodynamic bridge [82] or throttle matrices [78], composed throttle matrices [83] are used in multifunctional transducers of parameters of non-Newtonian fluids, in particular, power-law fluid, Bingham plastic fluid, etc.

The analysis of the reviewed and the other gas-hydrodynamic devices shows that their characteristics depend on the properties of individual throttle elements as well as the device structure, which determines the interaction of throttle elements connected in a certain way. Structural synthesis of a gas-hydrodynamic device involves the availability of a set of structures with throttle elements connected in different ways. When generating a set of structures, it is necessary to take into account the element base of a device, the number of throttle elements, the interconnection between the throttle elements. In order to construct a specific device, it is necessary to choose such a structure from a variety of possible structures, which will provide desired functional, metrological and operational characteristics.

Our purpose is to analyze the methods of constructing throttle diagrams, to identify the main problems of generating a set of structures of throttle diagrams, and to improve the mathematical description of structures of gas-hydrodynamic devices.

The above review of gas-hydrodynamic devices showed that they are based on diagrams with serial and parallel connections of throttle elements and their combinations. Throttle elements used in the diagrams may be the same, but usually, they differ in design. Therefore, the application of various combinations of throttles in diagrams gives a wide range of devices with different characteristics. The diagrams with different combinations of throttle elements will also have different characteristics since the throttles work under different regime parameters (pressure, differential pressure, flowrate), which influence on gas-hydrodynamic effects.

Relevant mathematical theories such as graph theory and matrix theory are widely used in practice for synthesizing various diagrams (control diagrams, electrical circuits) [84, 85]. Graph theory is a powerful mathematical apparatus that makes it possible to describe many diagrams using the concepts of vertices and edges of a graph without tying to the number of elements in the diagram. Graphs that are equivalent to throttle diagrams could also be represented as matrices. For example, vertex matrices describe the throttle connection nodes of the diagram; edge matrices describe the presence of a throttle between nodes, and incidence matrices indicate the relationship between the incident elements of the diagram (throttles and nodes).

Each diagram, especially diagrams of gas-hydrodynamic transducers with different characteristics, is based on a certain number of elements. On the contrary, there are no restrictions on the number of elements between vertices in graph theory. Therefore, the number of diagrams might be undefined. However, many such diagrams, primarily those described by graphs with empty edges, have no practical application.

Instead, in our research [78, 83] graphs allow us to describe mathematically a set of nodes of a specific throttle diagram and a set of measuring channels between nodes. Taking into account the transform functions of each measuring channel of the specific diagram, which correspond to the graph edges, we obtain a loaded graph. Based on this loaded graph we can build mathematical models of measuring transducers and analyze their functionality.

Our research shows that it is advisable to solve the problem of synthesis of throttle diagrams using set theory. This theory allows us to single out those diagrams based on typical connections (series and parallel), which are most often used for constructing measuring transducers of technological parameters. Therefore, we propose a mathematical apparatus based on set theory and combinatory analysis [86, 87] to synthesize all possible variants of throttle diagrams based on a certain number of elements.

To solve this problem, let us give the basic definitions. An order S of a diagram equals to a number of throttle elements in a diagram, which can be connected in different ways. A set of throttle elements $D_1 = \{d_1, d_2, \ldots, d_n\}$ is a set of n primary throttle elements d_1, d_2,..., d_n of different design, on which we can build the diagrams. Let us note that the diagram order S may be less than the number n of primary elements, equal to n or greater than n. For example, if the order of the diagram $S = n$, then each element of the set D_1 is applied once in the diagram. If the order of the diagram $S > n$, then some elements of the set are applied several times in the diagram. And if $S < n$, then some elements of the set D_1 are not applied in the diagram.

According to [84], a tuple is an ordered sequence of a finite number of elements. Therefore, the tuple of length n with throttle elements as components will characterize the certain sequence of their connection. Brackets $< \ >$ are used for a tuple. For example, tuples $< d_1, d_1 >$, $< d_2, d_2 >$, $< d_1, d_2 >$, $< d_2, d_1 >$ with the length 2 are different, since the corresponding components of each tuple do not equal the corresponding components of other tuples [86]. Particularly the above tuples describe four different diagrams, which consist of two primary elements d_1, d_2 connected in series. It is logical to assume that tuples can describe the diagrams with a serial connection of throttle elements.

First of all, it is necessary to define n-element set D_1 of primary throttles in order to synthesize throttle diagrams using a serial connection of throttles. We can found a set of tuples D_S^{ser} that describes all diagrams of higher orders $S > 1$, as a union of the sets of diagrams of lower order.

Such a set is found using a direct Cartesian product of sets that describe the diagrams of lower orders (the sum of their orders equals to S) [82]

$$D_S^{ser} = \bigcup_{i=1}^{S-1} \left(D_{S-i} \times D_i \right), \tag{1}$$

where D_i is a set that describes a diagram of the ith order.

Let us note that applying the operation of a direct Cartesian product of sets for determining the set D_S^{ser} we obtain subsets that intersect, for example:

$$\left(D_{s-1} \times D_1\right) \cap \left(D_1 \times D_{s-1}\right) = \underbrace{D_1 \times D_1 \times \ldots \times D_1}_{S\ multipliers} = D_1^S, \tag{2}$$

where $S > 1$, D_1 is a set of primary throttle elements.

However, the operation of uniting of the sets applied in the equation (1) eliminates such duplicate subsets.

The concept of a tuple as an ordered sequence is not suitable for describing diagrams with a parallel connection of throttle elements, since the elements ranking in parallel connection does not change the diagram structure. We have developed a new concept of rank as another ordered finite group of elements that may contain the same elements in addition to different ones, and permutation of elements in the rank does not change the rank. The number of elements in the rank was called a width by authors. Square brackets [ ] are proposed for a rank. For example, let us write ranks with a minimum width 2 formed of elements d_1, d_2: $[d_1, d_2]$, $[d_1, d_1]$, $[d_2, d_1]$ and $[d_2, d_2]$. By definition, the ranks $[d_1, d_2]$ and $[d_2, d_1]$ are equal, since the sequence of components in the ranks does not create a new rank. Consequently, four presented ranks can describe three different diagrams built on two parallel connected primary elements.

In order to determine a set of ranks we introduce a new operation on sets – an indirect product of sets. An indirect product of sets A and B is a set consisting of different ranks of width 2, one component of which belongs to A and the other one belongs to B [82]. Indirect product of sets A and B is marked as $A*B$. So, if $A = \{d_1, d_2\}$ and $B = \{d_1, d_2, d_3\}$ then

$$A * B = \{[d_1, d_1], [d_1, d_2], [d_1, d_3], [d_2, d_2], [d_2, d_3]\}.$$

In general, we can found a set of ranks D_S^{par} for describing the diagrams of the Sth order formed by parallel connection of the primary elements, as the union of the sets using the indirect product of all sets that describe the diagrams of lower orders (the sum of their orders equals to S)

$$D_S^{par} = \bigcup_{i=1}^{S-1} \left(D_{S-i} * D_i\right). \qquad (3)$$

Since the reversion of sets at their indirect product leads to the same result – the same ranks are obtained. Then we can write the equation (3) as

$$D_S^{par} = \bigcup_{i=1}^{b} \left(D_{S-i} * D_i\right), \qquad (4)$$

where b = entire(S/2) is the nearest integer value, no more than S/2, i.e. $b \le S/2$.

We can found a set D_S that describes all possible diagrams of the Sth order built on serial and parallel connections of throttle elements, as the union of the sets D_S^{ser} and D_S^{par}

$$D_S = D_S^{ser} \cup D_S^{par}. \qquad (5)$$

Consequently, the set of all diagrams of the Sth order is determined by union of the sets of lower-order diagrams formed by serial and parallel connections of the primary throttles. Note that the set D_S^{ser} and the set D_S^{par} also intersect. The same subsets are eliminated by uniting these sets using formula (5).

Thus, the equations (1), (4), (5) for determining the elements of the sets D_S^{ser}, D_S^{par} and D_S allow to obtain not only all possible variants of diagrams of the Sth order, but also to eliminate the identical diagrams. We take into account that the elements of the set D_S are found by consequent determining the elements of the sets which describe the diagrams of the second, the third, and then the higher orders, including the diagrams of the Sth order.

Let us consider the features of generating a set of throttle diagrams starting with diagrams of the second order and then the third and the fourth orders. For example, according to the equations (1), (4), (5), the set that describes the diagrams of the second order will look like

$$D_2 = D_2^{ser} \cup D_2^{par} = \left(D_1 \times D_1\right) \cup \left(D_1 * D_1\right). \qquad (6)$$

One can see from the equation (6) that the set D_2, which covers all structures of diagrams of the second order is formed by the union of two subsets $D_1 \times D_1$ and $D_1 * D_1$ based on the set of primary elements D_1.

Applying the combinatory analysis [87], we propose to determine the number of elements k_2 of the set D_2 that is the number of all possible throttle diagrams of the second order by the formula:

$$k_2 = \frac{n(3n+1)}{2}. \tag{7}$$

Let us apply the developed theory to determine the set D_3 that describes the diagrams of the third order

$$D_3 = D_3^{ser} \cup D_3^{par} = \left(\bigcup_{i=1}^{2} (D_{3-i} \times D_i) \right) \cup \left(\bigcup_{i=1}^{1} (D_{3-i} * D_i) \right) =$$
$$((D_2 \times D_1) \cup (D_1 \times D_2)) \cup (D_2 * D_1).$$

Substituting the equation (6) for the set D_2 into the set D_3 we obtain:

$$D_3 = (((D_1 \times D_1) \cup (D_1 * D_1)) \times D_1) \cup (D_1 \times ((D_1 \times D_1) \cup (D_1 * D_1)))$$
$$\cup (((D_1 \times D_1) \cup (D_1 * D_1)) * D_1).$$

Then after some transformations, we will receive

$$D_3 = (\underline{D_1 \times D_1 \times D_1}) \cup ((D_1 * D_1) \times D_1) \cup (\underline{D_1 \times D_1 \times D_1}) \cup (D_1 \times (D_1 * D_1))$$
$$\cup ((D_1 \times D_1) * D_1) \cup (D_1 * D_1 * D_1).$$

Having eliminated duplicate subsets we obtain the final expression for the set D_3:

$$\begin{aligned} D_3 = (D_1 \times D_1 \times D_1) \cup ((D_1 * D_1) \times D_1) \cup (D_1 \times (D_1 * D_1)) \\ \cup ((D_1 \times D_1) * D_1) \cup (D_1 * D_1 * D_1). \end{aligned} \tag{8}$$

The set D_3 is formed by the union of five subsets in equation (8). These subsets form all structures of the diagrams of the third order.

The number k_3 of elements of the set D_3 that is the number of all possible throttle diagrams of the third order can be calculated according to the formula:

$$k_3 = n^2(3n+2) + \frac{1}{6}(n-2)(n-1)n. \tag{9}$$

Similarly, using the developed equations (1), (4), (5), we find a set that describes the diagrams of the fourth order:

$$\begin{aligned} D_4 = &(D_1 \times D_1 \times D_1 \times D_1) \cup ((D_1 * D_1) \times D_1 \times D_1) \cup (D_1 \times (D_1 * D_1) \times D_1) \\ &\cup (((D_1 \times D_1) * D_1) \times D_1) \cup ((D_1 * D_1 * D_1) \times D_1) \cup (D_1 \times D_1 \times (D_1 * D_1)) \\ &\cup ((D_1 * D_1) \times (D_1 * D_1)) \cup (D_1 \times ((D_1 \times D_1) * D_1)) \cup (D_1 \times (D_1 * D_1 * D_1)) \\ &\cup ((D_1 \times D_1 \times D_1) * D_1) \cup (((D_1 * D_1) \times D_1) * D_1) \cup ((D_1 \times (D_1 * D_1)) * D_1) \\ &\cup (D_1 * D_1 * D_1 * D_1) \cup ((D_1 \times D_1) * (D_1 \times D_1)) \cup ((D_1 \times D_1) * D_1 * D_1). \end{aligned} \tag{10}$$

The union of fifteen subsets forms the set D_4. Based on this set, we form all structures of diagrams of the fourth order. To find the number k_4 of elements of the set D_4 that is the number of all possible throttle diagrams of the fourth order, we use the formula:

$$k_4 = \frac{1}{8}\left(65n^4 + 38n^3 + 15n^2 + 2n\right). \tag{11}$$

Substituting a given set of primary elements D_1 in the equations (6), (8) or (10) and performing the corresponding operations of direct and indirect products of subsets we find descriptions of the structures for all possible diagrams of the second, the third or the fourth order, respectively.

For example, let us consider the synthesis of the diagrams of the second order using 3 different types of throttles d_1, d_2, d_3. First let us use one primary throttle d_1. Then a set $D_1 = \{d_1\}$ and the diagrams will be built using only the same throttles. By formula (7) we obtain two throttle diagrams of the second order, which are described by a set

$$D_2 = \{< d_1, d_1 >, [d_1, d_1]\}. \tag{12}$$

Thus, Figure 1 (a) shows two throttle diagrams on the basis of two identical throttle elements. The first diagram is described by a tuple $< d_1, d_1 >$ and contains a serial connection of throttles. The second diagram is described by a rank $[d_1, d_1]$ and contains a parallel connection of throttles.

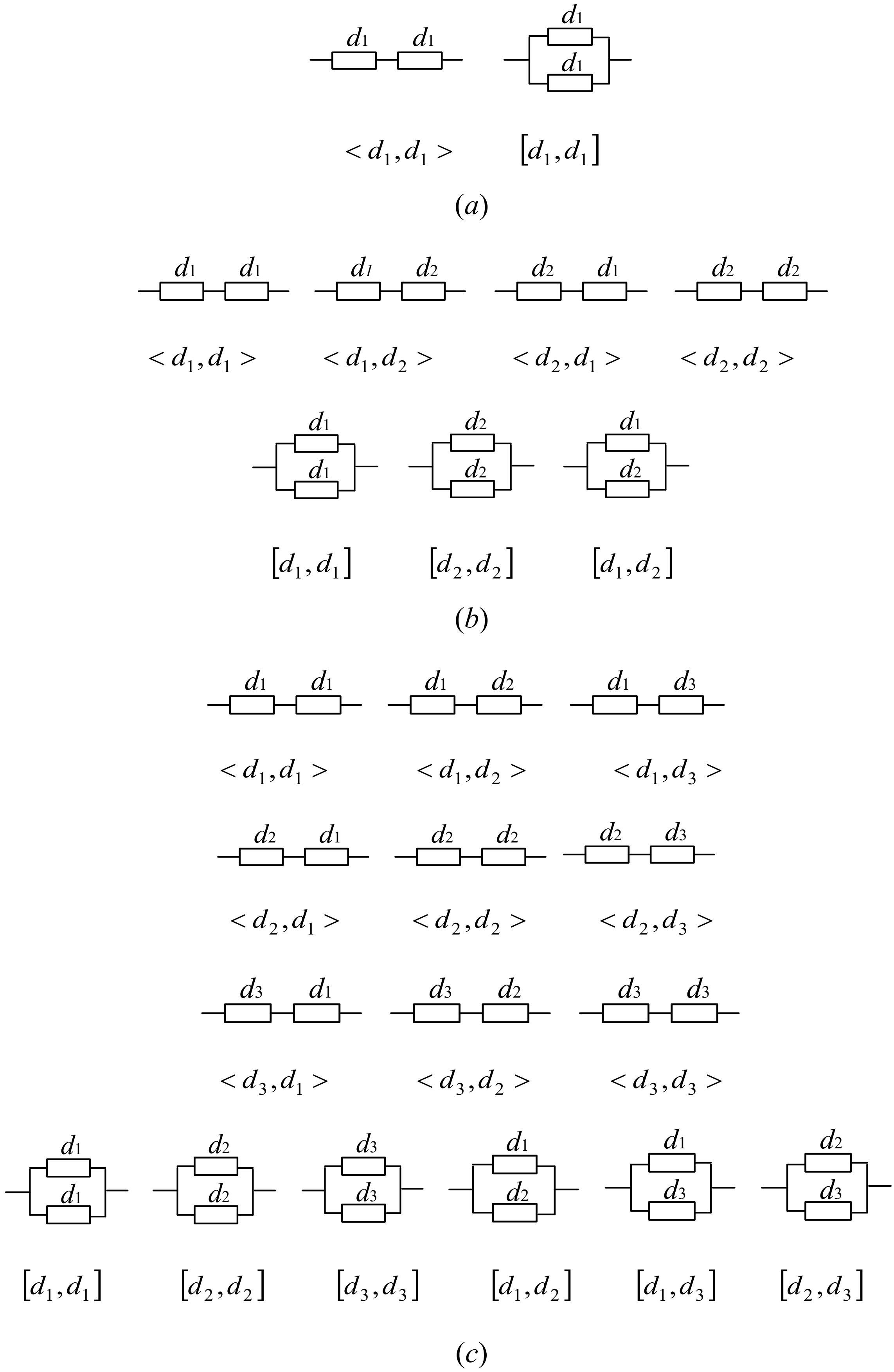


Figure 1. Throttle diagrams of the second order

Next let us assume that the diagrams are built on two throttles d_1 and d_2 with different constructive characteristics that form a set $D_1 = \{d_1, d_2\}$. According to formula (7) we obtain $k_2 = 7$ throttle diagrams of the second order, which are described by a set

$$D_2 = \{< d_1, d_1 >, < d_1, d_2 >, < d_2, d_1 >, < d_2, d_2 >, \\ [d_1, d_1], [d_2, d_2], [d_1, d_2]\}. \quad (13)$$

Figure 1 (*b*) illustrates the set (13) of synthesized throttle diagrams based on two different throttle elements. This set consists of 7 throttle diagrams, including 4 diagrams with a serial connection of selected throttles described by tuples $< d_1, d_1 >, < d_1, d_2 >, < d_2, d_1 >, < d_2, d_2 >$ and 3 diagrams with parallel connection of selected throttles described by ranks $[d_1, d_1], [d_2, d_2], [d_1, d_2]$. It should be noted that gas-dynamic diagrams described by tuples $< d_1, d_2 >, < d_2, d_1 >$ are different.

Having three different primary throttle elements ($n = 3$) it is already possible to build $k_2 = 15$ throttle diagrams of the second order. So, if $D_1 = \{d_1, d_2, d_3\}$ the throttle diagrams of the second order are described by a set

$$D_2 = \{< d_1, d_1 >, < d_1, d_2 >, < d_1, d_3 >, < d_2, d_1 >, < d_2, d_2 >, \\ < d_2, d_3 >, < d_3, d_1 >, < d_3, d_2 >, < d_3, d_3 >, \\ [d_1, d_1], [d_2, d_2], [d_3, d_3], [d_1, d_2], [d_1, d_3], [d_2, d_3]\}. \quad (14)$$

Figure 1 (*c*) shows the obtained set (14), which consists of 15 throttle diagrams based on three different throttle elements. As we see, increasing the number of primary throttles to 3 increased the number of diagrams with serial connection of selected throttles to 9, as well as increased the number of diagrams with parallel connection of selected throttles to 6. Choosing appropriate throttles in each diagram provides desired functional and metrological characteristics of gas-hydrodynamic devices.

Similarly, it is possible to synthesize the throttle diagrams of the third order. So, if $n = 1$ and the set of primary throttle elements $D_1 = \{d_1\}$, then by the formula (9) we obtain $k_3 = 5$ diagrams of the third order. If we apply $n = 2$ primary throttles in the diagrams of the third order and $D_1 = \{d_1, d_2\}$ then the number of diagrams increases to 32.

Using three primary throttles described by a set $D_1 = \{d_1, d_2, d_3\}$ we can already build 100 throttle diagrams of the third order. For example, let us present the simplest set, which describes the diagrams of the third order built on identical throttles:

$$D_3 = \{< d_1, d_1, d_1 >, < [d_1, d_1], d_1 >, < d_1, [d_1, d_1] >, [< d_1, d_1 >, d_1], [d_1, d_1, d_1]\}. \quad (15)$$

Figure 2 illustrates the set (15), which consists of 5 throttle diagrams of the third order built on the base of all possible different variants of serial and parallel connection of three identical throttles that are described by the corresponding tuples and ranks.

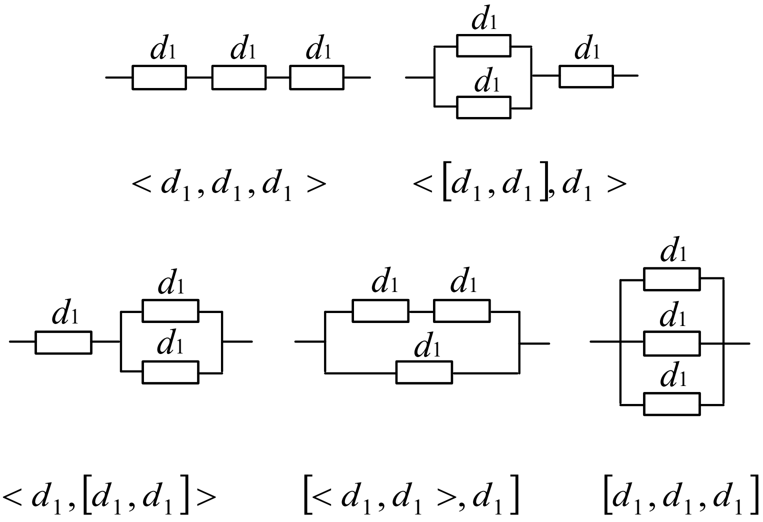


Fig. 2. Throttle diagrams of the third order

The description of all diagrams of the fourth, the fifth and the higher orders can be found using the developed mathematical description of the structures of throttle diagrams. For example, according to the equation (10) it is possible to construct 15 throttle diagrams of the fourth order from one primary element d_1, which are described by a set

$$\begin{aligned} D_4 = \{ & < d_1, d_1, d_1, d_1 >, < [d_1, d_1], d_1, d_1 >, < d_1, [d_1, d_1], d_1 >, \\ & < [< d_1, d_1 >, d_1], d_1 >, < [d_1, d_1, d_1], d_1 >, < d_1, d_1, [d_1, d_1] >, \\ & < [d_1, d_1], [d_1, d_1] >, < d_1, [< d_1, d_1 >, d_1] >, < d_1, [d_1, d_1, d_1] >, \\ & [< d_1, d_1, d_1 >, d_1], [< [d_1, d_1], d_1 >, d_1], [< d_1, [d_1, d_1] >, d_1], \\ & [d_1, d_1, d_1, d_1], [< d_1, d_1 >, < d_1, d_1 >], [< d_1, d_1 >, d_1, d_1]\}. \end{aligned} \quad (16)$$

According to the set D_4 Figure 3 shows all possible structures of throttle diagrams of the fourth order constructed on identical throttles. We can see from Figure 2 and Figure 3 that tuples, such as $<[d_1, d_1], d_1>$, $<[d_1, d_1], [d_1, d_1]>$ or $<[<d_1, d_1>, d_1], d_1>$, contain ranks and tuples as elements as well as ranks, such as $[<d_1, d_1>, d_1]$, $[<[d_1, d_1], d_1>, d_1]$ or $[<d_1, [d_1, d_1]>, d_1]$, contain tuples and ranks as elements.

If we use not one but two primary elements d_1, d_2 for the synthesis of throttle diagrams of the fourth order, the number of diagrams will increase to 804, each of which will have its inherent functionality and characteristics. Among the variety of throttle diagrams of the fourth order, the so-called bridge diagram is widely used in the practice of constructing the gas-hydrodynamic devices. A rank $[<d_1, d_2>, <d_2, d_1>]$ that consists of two tuples based on two different throttles describes this diagram.

Thus, using the developed mathematical description of structures, it is possible to form a totality of throttle diagrams and to synthesize gas-hydrodynamic devices and transducers of general purpose with the necessary characteristics. Moreover, there are many ways of realization of gas-hydrodynamic devices due to using various supply modes, different types of throttles, as well as a wide range of possible output signals of the throttle diagram.

Particularly, based on the synthesized diagrams of the second order with the serial connection of throttles which are described by tuples $<d_1, d_2>$, $<d_2, d_1>$ (see Figure 1 (*b*)), the designers build transducers of physical and mechanical parameters of fluids (viscosity, density, adiabatic index, composition), fluids flowrate, constructive characteristics of throttles (diameter or length), as well as some empirical coefficients of throttle (flowrate coefficient, correction coefficient for inlet effects) etc.

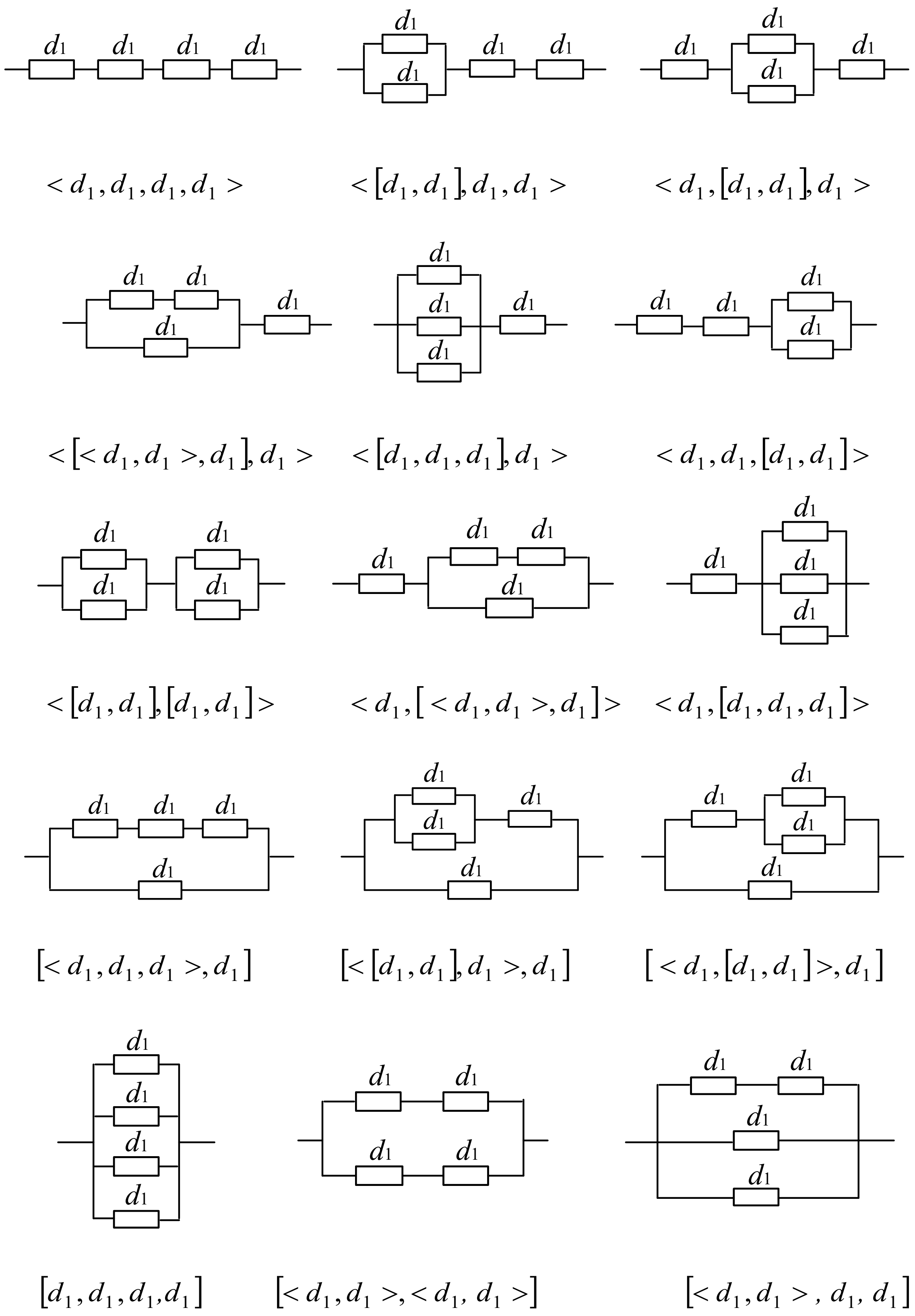


Fig. 3. Throttle diagrams of the fourth order

For example, the authors studied a transducer of liquid dynamic viscosity built on two serial-connected capillary tubes with the same diameter but different lengths with higher accuracy of measurement due to compensation of the inlet effects on the tubes. If we use capillary tubes of different diameters, which create different shear rates, it is possible to measure the parameters of non-Newtonian liquids, which are described by two-parameter models. The other transducer is based on laminar and turbulent throttles and operates in a mode of constant pressure drop on both throttles. It is intended for measuring a complex parameter of the liquid that equals to the square of the liquid dynamic viscosity divided by its density. If we automatically provide the same pressure drop on laminar and turbulent throttles, the value of liquid flowrate through the throttles will be proportional to its kinematic viscosity [88].

An important application of the developed tools is also the designing of gas analyzers of binary gas mixtures using the bridge diagram, which is described by the rank $\left[< d_1, d_2 >, < d_2, d_1 >\right]$ based on two different types of throttles (laminar and turbulent) [72]. If the absolute pressure of the gas mixture at the outlet of the diagram and the total pressure drop on the bridge diagram are stabilized, the output signal that is pressure differential in the outlet diagonal of the gas-dynamic bridge is proportional to the composition of the gas mixture.

Summarizing the research results, we should note that the developed mathematical tools are useful for solving gas analysis problems, constructing synthesizers of gas and liquid mixtures, constructing multi-parameter transducers of gas, Newtonian and non-Newtonian liquids, constructing flowmeters of small and micro flowrates of gases and liquids with improved metrological characteristics.

As a result of the performed researches, the authors developed mathematical tools for structural synthesis of throttle diagrams of gas-hydrodynamic devices. The study solves the problem of generating the possible structures of throttle diagrams based on serial and parallel connection of elements using set theory. A tuple is used to describe a serial connection of throttle elements. A new concept of rank is proposed for the description of diagrams with a parallel connection of elements. It is an ordered finite group of elements in which the change in their sequence does not create another rank, unlike tuples. The mathematical tools are developed for obtaining a set of tuples using the direct Cartesian product and a set of ranks using the introduced operation – the indirect product.

A mathematical description of the set of possible structures of throttle diagrams is proposed applying the union of these sets (tuples and ranks), which eliminates identical diagrams. Using the apparatus of the combinatory analysis, we obtain formulas for calculating the number of all possible throttle diagrams of different orders. The developed mathematical description of the structures of throttle diagrams enables us to algorithmize the process of synthesis of throttle diagrams of gas-hydrodynamic devices for their further structural analysis and optimization.

The proposed tools for structural synthesis can serve as a basis for designers of gas-hydrodynamic devices for general purposes with specified functional and metrological characteristics. The scope of the developed mathematical description can be extended to the synthesis of electrical, pneumatic, thermal, and the other diagrams used for solving different problems.

3.5 Інтегроване навчання при вивченні теорії ігор та обробки результатів дослідження

Теорія ігор – розділ прикладної математики, який займається математичними моделями, їх дослідженням, знаходженням оптимального розв'язку в стратегічних ситуаціях [89]. Основними задачами теорії ігор є дослідження математичних моделей, знаходження оптимальних розв'язків, та створення основних стратегій для отримання максимального результату в певній моделі.

Стратегія - план, згідно з яким гравець робить вибір у будь-якій можливій ситуації для досягнення виграшу [90]. Ігри, якими займається теорія ігор поділяються на кілька різних типів, але ми зупинимось на стратегічних іграх і розглянемо їх. Стратегічні ігри характеризуються наявністю [91]:

- конфліктної ситуації між гравцями;
- двох або більше конфліктних сторін;
- правил гри, які визначають можливі дії гравців.

Задачами гравців стратегічних ігор є максимізація свого виграшу. Гравець, який поступається іншим гравцям повинен навпаки мінімізувати свій програш.

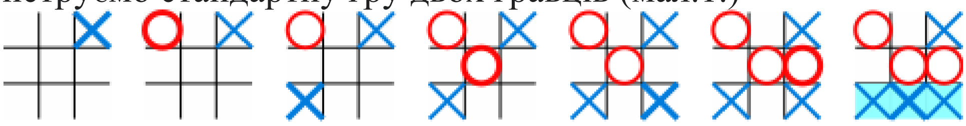
Також стратегічні ігри характеризуються наявністю послідовної гри. Тобто право зіграти передається від одного гравця до іншого, після того, як перший зробить свій хід. Такі ігри називаються покрокові стратегії. Розглянемо одну з таких ігор під назвою «Хрестики-нулики» [92].

«Хрестики-нулики» - гра для двох гравців, в якій гравці мають змогу ставити нулик «О» або хрестик «Х». Водночас ця гра проста, але цікава та потребує розрахунку ходів , для виграшу.

Розглянемо правила гри:

- гравці по черзі ставлять на вільні клітини поля 3х3 знаки (один - завжди хрестики, інший - завжди нулики);
- перший, хто зміг побудувати в ряд 3 свої фігури по вертикалі, горизонталі або діагоналі, виграє;
- якщо ніхто не зумів побудувати в ряд 3 свої фігури та ігрове поле повністю зайняте фігурами - оголошується нічия;
- перший хід робить гравець, який ставить хрестики.

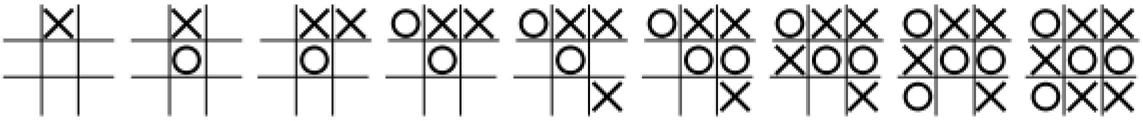
Продемонструємо стандартну гру двох гравців (мал.1.)



Малюнок 1. Можливі варіанти заповнення клітин з виграшем [92].

Гравець, який грав за хрестики – виграв.

Та **розглянемо** гру, в якій немає переможця (мал.2)



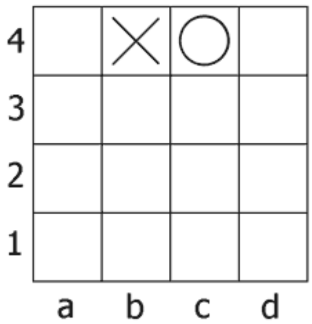
Малюнок 2. Можливі варіанти заповнення клітин без виграшу [92].

Проаналізувавши приклади гри в «Хрестики-нулики» виникає питання, як можна завжди вигравати в цій грі ? Для відповіді на це питання , розглянемо один із способів розв'язання цієї гри – за допомого алгоритмів, які можна застосувати в мовах програмування. Представимо одну з таких мов програмування – ***C++.***

C++ - комп'ютерна мова програмування, заснована ще в 1979 році [93]. Ця мова базується на мові програмування ***C***, але з підтримкою кількох парадигм програмування: об'єктно-орієнтованої, узагальненої та процедурної.

Для повноцінного розв'язку гри «Хрестики-нулики» змінимо стандартні правила. Нехай ігрове поле буде розміром $N \ x \ N$, де $N \in \ Z$ і $N \ \geq \ 3$. Параметр N можна буде змінювати, щоб знаходити розв'язки для будь-яких ігор.

Наприклад, для $N \ = \ 4$, ігрове поле буде мати наступний вигляд (мал.3)



Малюнок 3. Таблиця 4x4 для заповнення хрестиками і нуликами [93].

Нехай ігрове поле – двовимірний масив, розміром N x N , який складається із чисел: 0, 1 або 2. Якщо комірка масиву містить число 0 – це означає, що гравцям дозволяється ставити хрестик або нулик в цю комірку. Якщо комірка масиву містить число 1 – це означає , що в цій комірці вже поставлений хрестик першим гравцем, а якщо міститься число 2 – в цій комірці поставлений нулик другим гравцем.

Завданням алгоритму [94] буде – знайти найоптимальніший хід для обраного гравця з обраною ігровою мапою розміром N x N. Тобто розробити функцію, яка буде приймати два параметри: номер гравця (1 – хрестики , 2 – нулики) та ігрову мапу (двовимірний масив). Функція буде повертати два значення: розраховане значення X – номер рядка (розрахунок починається з 0) і розраховане значення Y – номер стовпця (розрахунок починається з 0) , X і Y – координати розрахованого ходу для гравця.

В програмі будемо зберігати розмір ігрової мапи в параметрі size (size = n).

Параметр size будемо зберігати, як константу:

const int size = 4; //*для прикладу size = 4*

Створимо клас coord, який буде зберігати дві координати X і Y:

class coord {

```
  public:
          int x; //координата x
          int y; //координата y
};
```

Функція розрахунку ходу для гравця буде мати наступний вигляд:

coord CalcMove(int player , int map[n][n])

Далі створимо клас coordMass , який буде зберігати масиви: координат X[s] і Y[s] і значень val[s] , vsVal , rept[s].

При чому s – константа, яка знаходиться за формулою:

$$s = 2n * (n + 1)$$

І буде зберігатись так:

const int s = 2 * size * (size + 1); //*розраховуємо s*

S – кількість усіх варіантів ходу для гравця, які повторюються.

val[s] – масив чисел, який буде відповідати за кількість присутніх фігур, якими грає гравець, або на вертикалі [x][y], або на горизонталі [x][y], або на діагоналях ігрового поля [x][y].

vsVal[s] – масив чисел, подібний до val, але який відповідає за кількість присутніх фігур суперника.

rept[s] – масив чисел, який зберігає кількість повторів цього варіанту ходу s.

Клас coordMass буде мати наступний вигляд:

```
class coordMass {
  public:
    int x[s]; //координати x можливих вішень
    int y[s]; //координати y можливих вішень
    int val[s];
    int vsVal[s];
    int rept[s];
};
```

Почнемо будувати функцію calcMove.

Всі змінні, які присутні у функції:

```
coord PlayerMove; //фінальний розв'язок
int nMove = 0, nMoveRept = 0; //кількість розв'язків в масивах
coordMass mMove , mMoveRept; //масиви розв'язків
int i , j , n , vsN , x , y;
int valMax = 0, vsValMax = 0;
int reptMax = 0, nMax = 0 ;
int rpos;
```

Почнемо перебирати всі горизонталі і вертикалі, які присутні на ігровому полі:

```
for (j = 0; j < size ; j++) { //горизонталі
        if (map[i][j] == player) //зрівнюємо значення мапи з гравцем
        n += 1; //рахуємо кількість значень гравця
        if (map[i][j] == vs(player)) //зрівнюємо значення мапи з суперником
        vsN += 1; //рахуємо кількість значень суперника
```

```
            mMove.x[size * nMove + j] = i;
            mMove.y[size * nMove + j] = j;
        }
        for (j = 0; j < size ; j++)
        if (map[i][j] == 0) {
            mMove.val[size * nMove + j] = n;
            mMove.vsVal[size * nMove + j] = vsN;
        }
        else {
            mMove.val[size * nMove + j] = -1; //видаляємо цей варіант
            mMove.vsVal[size * nMove + j] = -1; //видаляємо цей варіант
        }
        nMove += 1;
  }
```

Тобто ми по черзі перебираєм всі горизонталі, рахуємо кількість фігур гравця і суперника на кожній горизонталі, і записуємо дані в масив mMove, а кількість порахованих клітинок буде зберігатись в nMove.

Так само перебираємо всі вертикалі і дві діагоналі ігрової мапи, і записуємо всі варіанти в масив mMove.

Потім масив mMove потрібно відфільтрувати: прибрати всі зайві рішення, рішення , які повторюються прибрати, але залишити одне таке рішення, з кількістю повторень rept.

Процес фільтрації даних:

```
for (i = 0 ; i < nMove ; i++)
  if (mMove.val[i] != 0 and mMove.vsVal[i] != 0)
  mMove.val[i] = -1;

  for (i = 0 ; i < nMove ; i++) {
        if (mMove.val[i] != -1)
        for (j = 0 ; j <= nMoveRept ; j++) {
        if (mMove.x[i] != -1 and mMove.x[i] == mMoveRept.x[j] and
mMove.y[i] == mMoveRept.y[j] and mMove.val[i] == mMoveRept.val[j] and
mMove.vsVal[i] == mMoveRept.vsVal[j]) {
              mMoveRept.rept[j] += 1;
              mMove.x[i] = -1;
              break;
        }
  }
        if (mMove.val[i] != -1 and mMove.x[i] != -1) {
              mMoveRept.x[nMoveRept] = mMove.x[i];
              mMoveRept.y[nMoveRept] = mMove.y[i];
              mMoveRept.val[nMoveRept] = mMove.val[i];
              mMoveRept.vsVal[nMoveRept] = mMove.vsVal[i];
              mMoveRept.rept[nMoveRept] += 1;
              nMoveRept += 1;
```

```
                mMove.x[i] = -1;
            }

    }
```

Відфільрований масив mMove буде зберігатись у масиві mMoveRept, а кількість варіантів у змінній nMoveRept.

Тепер важливий момент в знаходженні розв'язку, потрібно знайти таке рішення в масиві даних mMoveRept, яке буде містити найбільше значення.

mMoveRept.val[i] або mMoveRept.vsVal[j] , якщо $mMoveRept.val[i] \geq mMoveRept.vsVal[j]$, то розв'язок задачі буде зберігатись у mMoveRept[i] , але якщо $mMoveRept.val[i] < mMoveRept.vsVal[j]$, то розв'язок задачі буде зберігатися у mMoveRept[j].

Але може бути такий варіант, що у відфільтрованому масиві значень mMoveRept не буде зберігатись жодного розв'язок, у такому варіанті потрібно обрати хід для гравця випадковим методом , у цьому варіанті на ігровій мапі немає ніяких закономірностей.

Переваги даного алгоритму:

- швидке знаходження розв'язок для гравця;
- розв'язок можна знайти для майже будь-якого розміру ігрової мапи;
- знаходження розв'язок без рекурсивного методу та перебору всіх варіантів гри, що займає достатньо часу.

Недоліки алгоритму:

- не гарантований виграш. Адже «Хрестики-нулики» - гра з рівним шансом виграти в обох гравців.
- значний боєм.

Наведено приклад, як можна організувати інтегроване вивчення теми «Ігри на стратегії» зі створенням власного комп'ютерного коду, що дозволяє глибоко зануритися у проблему і проаналізувати усі можливі варіанти максимального виграшу або мінімального програшу. Що сприяє розвитку логічного мислення, формуванню навичок, які можуть далі широко застосовуватися, як у майбутній професії, так і у повсякденному житті.

3.6 Математична модель передачі навантаження від попередньо напруженого циліндричного штампа до пружного шару з початковими напруженнями

Математичне моделювання та дослідження проблем контактної взаємодії попередньо напружених тіл, є досить актуальною у наш час. Підтвердженням цього є виступ академіка НАН України Леоніда Лобанова із доповіддю «Про виконання цільової програми наукових досліджень НАН України «Надійність і довговічність матеріалів, конструкцій, обладнання та споруд»», що відбувся 09 грудня 2020р. [95]. Враховуючи це, важливими є вирішення проблем контактної взаємодії деформованих тіл, пов'язаних із передачею навантаження у конструкціях, спорудах та деталях машин, які пов'язані із врахуванням наявності початкових напружень у тілах на закон розподілу контактних напружень і переміщень.

Тому в даній роботі запропоновано математичну модель та розв'язок контактної задачі про тиск попередньо напруженого циліндричного штампа на пружний шар з початковими напруженнями. Дослідження представленої задачі виконано в рамках лінеаризованої теорії пружності [96, 97] без врахування сил тертя.

Дослідження проблеми контактної взаємодії попередньо напружених тіл висвітлена у багатьох працях сучасних науковців по всьому світу. Це пояснюється безперервною необхідністю у вдосконаленні методів та підходів дослідження та прогнозування технічного стану і терміну експлуатації технічних об'єктів та споруд. Так у механіці суцільних середовищ достатньо велика увага приділяється дослідженню контактної взаємодії твердих деформованих тіл, що пов'язане із проблемою визначення їх напружено-деформованих станів. Аналіз результатів цих досліджень дозволяє сформувати умови на межі поверхонь контактуючих деформованих тіл, що відповідають дійсності. Незважаючи на існуючі досягнення у теорії контактної взаємодії пружних тіл, все ще залишається недостатньо розроблений ряд моментів, серед яких – врахування залишкових напружень у тілах на закон розподілу тиску в місцях їх дотику, що дозволить більш ефективно враховувати експлуатаційну надійність та довговічність різноманітних конструкцій, споруд та обладнання. Звідси, і випливає велика кількість опублікованих робіт, серед яких оглядові статті [99 - 101].

Контактна взаємодія жорстких та пружних штампів з попередньо напруженими тілами представлена в працях [96,97,99,102–109]. Причому розглядаються або пружні потенціали конкретної структури [110], або завдання ставиться в загальному вигляді для стислих (нестисливих) тіл з потенціалом довільної структури на основі лінеаризованої теорії пружності [96,99,101,103,104]. В роботах [107, 109] розглянуто розв'язок контактних задач про тиск жорсткого та пружного кільцевого штампа на пружний шар з початковими напруженнями. А задача для двох попередньо напружених співвісних циліндрів та шару з початковими напруженнями представлена у статті [108].

Фундаментальні результати лінеаризованої теорії пружності, на якій основане дане дослідження, були одержані українським вченим, академіком НАН України проф. Гузем Олександром Миколайовичем [96,97,99,101,104]. Ним вперше було розв'язано ряд контактних задач для стисливих і нестисливих тіл одним із найбільш ефективних підходів для матеріалів з довільною формою пружного потенціалу та однорідними початковими напруженнями, що оснований на теорії функції комплексної змінної для плоских задач і теорії потенціалу для просторових задач. Подальшого розвитку теорія контактної взаємодії тіл з початковими напруженнями отримала у працях його учнів: С. Ю. Бабича, В. Б. Рудницького, П. П. Григоренка, Ю.П. Глухова, В. М. Назаренка, А.О. Рамського, М. М. Діхтярука, О. М. Панасюка, у тому числі й автора даної праці, та інших вітчизняних і зарубіжних вчених [102,103,105–109]. Існує також ряд інших узагальнюючих публікацій [98,105], які повністю або частково пов'язані з тематикою цієї праці.

У даній роботі з використанням співвідношень лінеаризованої теорії пружності [96,99,101,103,104] дослідження виконано в загальному вигляді для стисливих і нестисливих тіл для теорії великих початкових деформацій і двох варіантів теорії малих початкових деформацій при довільній структурі пружного потенціалу.

При дослідженні контактної взаємодії тіл з початковими напруженнями розрізнятимемо наступні стани тіла: 1) недеформівний (природний) – відсутні деформації та напруження; 2) деформівний (початковий, основний) – присутні початкові (залишкові) деформації та напруження; 3) стан збурення. Усі величини, що будуть відноситися до деформівного стану як і в [95], відзначатимемо верхнім індексом «0», а величини збуреного стану як і у [95] – штрихом. Другий та третій стани – це стани рівноваги тіла або його руху. Їх можна описати за допомогою нелінійної теорії пружності скінченних та першого і другого варіанту малих початкових деформацій. Причому: для першого варіанту нелінійної теорії малих початкових деформацій припускається, що відносними видовженнями та зсувами можна знехтувати, оскільки вони є меншими за одиницю; для другого варіанту нелінійної теорії малих початкових деформацій, крім припущень першого варіанту, додається припущення того, що деформівний стан тіла можна визначити за допомогою геометричної лінійної теорії, а в порівнянні з одиницею можна знехтувати компонентами вектора переміщень точок тіла у початковому стані, тобто $\delta_{ij} + \partial U_j^0 / \partial x_i \approx \delta_{ij}$, де δ_{ij} – складові метричного тензора у недеформівному стані.

Крім того, величини третього стану будемо описувати як суму величин деформівного стану та їх відповідних збурень, які вважатимемо меншими за величини другого стану.

Співвідношення для третього стану назвемо співвідношеннями лінеаризованої теорії пружності для тіл з початковими (залишковими) напруженнями, якщо після їх лінеаризації відняти величини, які відповідають деформівному стану тіла. Тобто, якщо $z=f(x)$ – деяке співвідношення нелінійної теорії пружності, то співвідношення лінеаризованої теорії буде мати вигляд $z \approx x\left(df/dx\right)\big|_{x=x_0}$ [96].

Для дослідження застосуємо координати початкового деформованого стану (y_1, y_2, y_3), які пов'язані з лагранжевими координатами (x_1, x_2, x_3) співвідношеннями: $y_i=\lambda_i x_i$. Тут λ_i (i=1,2,3) – коефіцієнти видовження, які визначають переміщення початкового стану. Вісь y_3 спрямована по нормалі до області контакту.

Припустимо, що початкові стани контактуючих тіл – однорідні та рівні, а пружні потенціали – двічі неперервно-диференційовані функції алгебраїчних інваріантів тензора деформацій Гріна [96]. Матеріали тіл, вважаємо ізотропним стисливими або нестисливими з довільною структурою пружного потенціалу.

Всі величини, які відносяться до пружного циліндра позначаються верхнім індексом «(1)», шару – «(2)», а основи – «(3)».

У дослідженні будемо розглядати пружні ізотропні тіла (стисливі або нестисливі) з довільною формою пружного потенціалу [96]. У випадку ортотропних тіл, вважатимемо, що пружно-еквівалентні напрямки співпадають із напрямком осей координат у деформівному стані y_i $(i=\overline{1,3})$. Нехай початковий деформівний стан є однорідним та зона контакту пружних тіл буде міститися у площині $y_3=const$. Будемо вважати, що початкові напруження діють вздовж зони контакту.

Оскільки в лінійній механіці матеріалів не беруться до уваги початкові напруження, то для їх врахування можна застосувати загальну нелінійну теорію пружності [98]. Але в цьому випадку досить складно буде отримати розв'язок у доступному вигляді. Тому при досить значній величині початкових напружень краще скористатись її лінеаризованим варіантом [96].

Таким чином, припустимо, що завжди будуть виконуватися наступні положення [96], які є основними для лінеаризованої теорії пружності:

1. Контактна взаємодія пружного скінченного циліндричного штампу з початковими напруженнями із попередньо напруженим пружним шаром, відбувається після виникнення у них початкового напруженого стану.

2. Додаткове зовнішнє навантаження (по відношенню до початкового стану) діє на пружний циліндричний штамп, викликаючи у шарі з початковими

(залишковими) напруженнями значно менше збурення напружено - деформівного стану порівняно із відповідними величинами початкового напруженого стану.

3. Початковий напружено-деформівний стан тіл контактної взаємодії, має таку структуру, що в ділянці їх контакту його можна наближено вважати однорідним.

4. Розв'язок лінеаризованої задачі теорії пружності про контактну взаємодію попередньо напруженого циліндричного штампа з пружним шаром із початковими напруженнями – єдиний, тобто виконується умова [96].

Вище описані положення дають можливість застосовувати лінеаризовану теорію пружності до розв'язання цієї проблеми. Відзначимо, що зокрема друге положення може порушуватись в околі точок зміни граничних умов [96], в яких контактні напруження зростають до безмежності. Детальне обговорення цього явища у теорії контактних задач лінійної та лінеаризованої теорії пружності виконано у працях [100,101], висновок з чого полягає в наступному: у розв'язках контактних задач для пружних та жорстких тіл виникають особливості степеневого порядку $O\left(\rho^{1-\gamma}\right)$, де ρ – відстань від точки до межі контакту; γ – параметр, який виражається із деякого трансцендентного рівняння [96] і залежить від пружних сталих тіл, які контактують, та від структури пружного потенціалу. У таких точках напруження від контактної взаємодії тіл фізичного змісту не несуть, але і на обрахування інтегральних характеристик контактних задач не мають впливу.

Отже, сформулюємо постановку задачі: Розглянемо пружний циліндричний штамп (рис.1.) радіуса R і висотою H з початковими напруженнями, що втискається у пружний шар під дією сили P після виникнення там початкового деформівного стану.

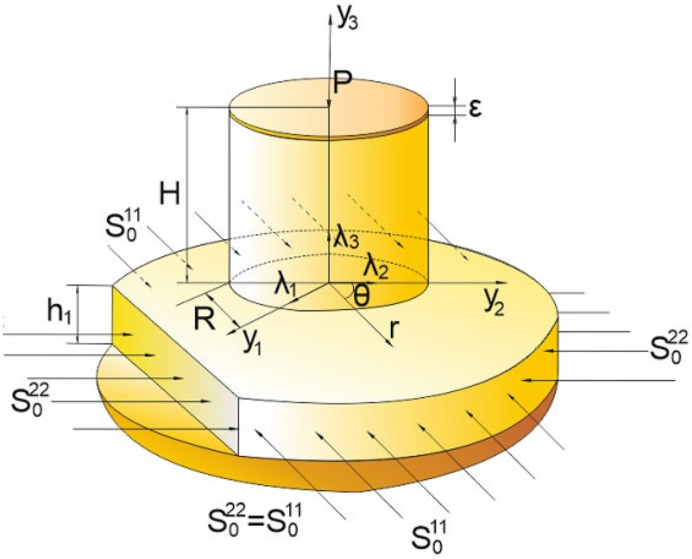


Рисунок 1. Циліндричний штамп, шар та основа з початковими напруженнями

Товщина шару в початковому деформованому стані пов'язана з товщиною у недеформованому стані відношенням $h_1 = \lambda_3 h_2$. Будемо рахувати, що зовнішнє навантаження прикладене тільки до вільного торця пружного штампа, під дією якого всі точки штампа переміщаються у напрямку осі симетрії y_3 на одну і ту ж саму величину ε. Вважатимемо, що поверхні поза ділянкою контакту залишаються вільними від впливу зовнішніх сил, а в зоні контакту відсутнє тертя, а переміщення та напруження – неперервні.

Припустимо, що початковий стан тіл – однорідний, і виконуються співвідношення [96]:

$$y_m = x_m + U_m^0,\ U_m^0 = \delta_{mi}(\lambda_m - 1)\lambda_i^{-1} y_i\,.\ (i,\ m = 1,2,3)$$

Тоді основне рівняння в переміщеннях для стисливих тіл має вигляд формул

$$L'_{m\alpha} U_\alpha = 0,\quad L'_{m\alpha} = \omega'_{ij\alpha\beta}\,\partial^2 \big/ \partial y_i \partial y_\beta\,,\ (i,\ m,\ \alpha,\ \beta = \overline{1,\ 3}) \tag{1}$$

а для нестисливих тіл разом із умовою нестисливості:

$$L'_{m\alpha} U_\alpha + q'_{\alpha m}\,\partial p' \big/ \partial y_\alpha = 0,\ L'_{m\alpha} = \kappa'_{im\alpha\beta}\,\partial^2 \big/ \partial y_i \partial y_\beta\,, \tag{2}$$

$$q'_{ij}\,\partial U_j \big/ \partial y_i = 0,\ q'_{ij} = \lambda_i q_{ij}\,,\ (i, j, m, \alpha, \beta = \overline{1,\ 3}).$$

Вирази для визначення складових тензора напружень для стисливих і нестисливих тіл запишемо у вигляді:

$$Q'_{ij} = \omega'_{ij\alpha\beta}\frac{\partial U_\alpha}{\partial y_\beta},\ Q'_{ij} = \kappa_{ij\alpha\beta}\frac{\partial U_\alpha}{\partial y_\beta} + q'_{ij}p, \qquad \omega'_{ij\alpha\beta} = \frac{\lambda_i\lambda_\beta}{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}\omega_{ij\alpha\beta}, \kappa'_{ij\alpha\beta} = \frac{\lambda_i\lambda_\beta}{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}\kappa_{ij\alpha\beta},$$

При однорідних початкових напруженнях $S_0^{11} = S_0^{22} \neq 0;\ S_0^{33} = 0;\ \lambda_1 = \lambda_2 \neq \lambda_3$ розв'язки рівнянь (1), (2) представимо через циліндричні координати (r, θ, z_i) у вигляді розв'язків рівняння:

$$(\Delta_1 + \xi_2'^2\,\partial^2/\partial y_3^2)(\Delta_1 + \xi_3'^2\,\partial^2/\partial y_3^2)\tilde{\chi} = 0, \tag{3}$$

де $\Delta_1 = \partial^2/\partial r^2 + r^{-1}\,\partial/\partial r$.

Враховуючи умову існування єдиного розв'язку лінеаризованої теорії пружності для стисливих і нестисливих тіл [96], можливі два варіанти представлення загального розв'язку (3): випадок рівних коренів $(\xi_2'^2 = \xi_3'^2)$ та випадок нерівних коренів $(\xi_2'^2 \neq \xi_3'^2)$.

У випадку рівних коренів рівняння (3), тобто:

$$\tilde{\chi} = \tilde{\chi}_1 + y_3\tilde{\chi}_2,\ \left(\Delta_1 + \xi_2'^2\,\partial^2/\partial y_3^2\right)\tilde{\chi}_1 = 0,\ \left(\Delta_1 + \xi_2'^2\,\partial^2/\partial y_3^2\right)\tilde{\chi}_2 = 0 \tag{4}$$

У випадку нерівних коренів рівняння (3):

$$\tilde{\chi} = \tilde{\chi}_1 + \tilde{\chi}_2,\ \left(\Delta_1 + \xi_2'^2\,\partial^2/\partial y_3^2\right)\tilde{\chi}_1 = 0,\ \left(\Delta_1 + \xi_3'^2\,\partial^2/\partial y_3^2\right)\tilde{\chi}_2 = 0 \tag{5}$$

У системі кругових циліндричних координат $(r,\ \theta,\ z_i)$, де $z_i = v_i^{-1}y_3$, $v_i = \sqrt{n_i}$, $(i = \overline{1,\ 2})$, $n_1 = \xi_2'^2,\ n_2 = \xi_3'^2$, такій постановці відповідають граничні умови:

1) На торці циліндра $z_i = Hv_i^{-1}$, де $v_i = \sqrt{n_i}$, $(i = \overline{1,\ 2})$:

$$u_3'^{(1)} = -\varepsilon,\quad Q_{3r}'^{(1)} = 0,\quad (0 \le r \le R) \tag{6}$$

2) На межі пружного шару в ділянці контакту $z_i = 0$, $(i = \overline{1,\ 2})$:

$$u_3'^{(1)} = u_3'^{(2)},\quad Q_{33}'^{(1)} = Q_{33}'^{(2)},\quad Q_{3r}'^{(1)} = Q_{3r}'^{(2)} = 0,\quad (0 \le r \le R) \tag{7}$$

3) На межі пружного шару поза ділянкою контакту $z_i = 0$, $(i = \overline{1,\ 2})$:

$$Q_{33}'^{(2)} = 0,\quad Q_{3r}'^{(2)} = 0,\quad (R \le r < \infty) \tag{8}$$

4) На боковій поверхні пружного штампу $r=R$:

$$Q_{rr}'^{(1)} = 0,\quad Q_{3r}'^{(1)} = 0,\quad (0 \le z_i \le Hv_i^{-1}) \tag{9}$$

5) На нижній поверхні шару, $z_i = -\lambda_3 h_2 v_i^{-1} = -Hv_i^{-1}$, $(i = \overline{1,\ 2})$:

$$u_3'^{(2)} = 0,\quad u_r'^{(2)} = 0,\quad (0 \le r < \infty); \tag{10}$$

Умова рівноваги

$$P = -2\pi R^2 \int_0^1 \rho Q_{33}^{(2)}(0,\rho) d\rho, \qquad (11)$$

що встановлює зв'язок між осіданням торця і рівнодіючою навантаження P. Для визначення напружено-деформівного стану у пружному циліндрі у випадку нерівних коренів $n_1 \neq n_2$ загальний розв'язок (5) визначального рівняння (3) приймемо у вигляді:

$$\tilde{\chi} = 0,5\varepsilon\left\{\theta_8^{-1}(r^2 - z_1^2 - z_2^2) - \chi_0\left[r^2\left(\theta_8^{-1} + (2H\theta_6)^{-1}(z_1+z_2)\right) - \theta_8^{-1}(z_1^2+z_2^2) - (2H\theta_6)^{-1}(z_1^3+z_2^3)\right]\right\} - \qquad (12)$$

$$-\sum_{k=1}^{\infty}\left\{b_3^{(k)}\left[s_0\frac{I_1(\gamma_k v_2 R)}{I_1(\gamma_k v_1 R)}I_0(\gamma_k v_1 r)\sin(\gamma_k z_1 v_1) + I_0(\gamma_k v_2 r)\sin(\gamma_k z_2 v_2)\right] - J_0(\alpha_k r)\left[\tilde{S}_2(\alpha_k z_1) + \tilde{S}_3(\alpha_k z_2)\right]\right\}\chi_k$$

А для випадку рівних коренів $n_1 = n_2$ загальний розв'язок (4) визначального рівняння (3) матимемо:

$$\hat{\chi} = \varepsilon\left\langle v_1 z_1(1+z_1)\left[(m_2-1)^{-1} + \chi_0\left((1-m_2)^{-1} - 2E(3H\theta_2)^{-1}(3r^2 - 2z_1^2)\right)\right] + \right. \qquad (13)$$

$$\left. + R\sum_{k=1}^{\infty}\chi_k\left[R(2\gamma_k)^{-1}b_1^{(k)}\left(H\left(1+\frac{s_0(1-I_0(v_1\gamma_k R))}{v_1\gamma_k R I_1(v_1\gamma_k R)}\right) + z_1\right)I_0(\gamma_k v_1 r)\sin(\gamma_k z_1 v_1) + J_0(\alpha_k r)\mu_k^{-1}\left(\tilde{S}_2(\alpha_k z_1) + z_1\tilde{S}_3(\alpha_k z_1)\right)\right]\right\rangle$$

де $J_v(x)$, $I_v(x)$ – функції Бесселя дійсного та уявного аргументу,

$$s_0 = \frac{1+m_2}{1+m_1}, \quad \theta_8 = m_1 n_1^{-1} + m_2 n_2^{-1}, \quad \theta_6 = m_1 v_1^{-3} + m_2 v_2^{-3},$$

$$b_3^{(k)} = 4\varepsilon R^2 J_0(\mu_k)\left[\frac{\tilde{c}_1 - \tilde{c}_0}{\mu_k^2 + (\gamma_k v_1 R)^2} - \frac{v_2}{v_1 s_0}\frac{\tilde{c}_2 - \tilde{c}_0}{\mu_k^2 + (\gamma_k v_2 R)^2}\right](v_1 H\gamma_k^3 I_1(\gamma_k v_2 R)\left[v_2 W_k(2) - v_1 s_0 W_k(1)\right])^{-1},$$

$$W(j) = \frac{(\tilde{c}_0 - \tilde{c}_j)I_0(\gamma_k v_j R)}{I_1(\gamma_k v_j R)} + \frac{1-\tilde{c}_0}{\gamma_k v_j R}, \quad \theta_2 = E\left(8m_1(1+H)n_1^{-1} - 4Hv_1^{-1} + (1-m_2)R^2H^{-1}\right),$$

$$\tilde{c}_0 = \begin{cases}\omega'_{1111}\omega'^{-1}_{1122};\\ \lambda_1 q_1(\lambda_3 q_3)^{-1}(\kappa'_{1133} + \kappa'_{1313})\kappa'^{-1}_{1122};\end{cases} \quad \tilde{c}_i = \begin{cases}\lambda_3\omega'_{1133}m_i\omega'^{-1}_{1122}n_i^{-1};\\ (\kappa'_{1133}m_i - \kappa'_{3113})\kappa'^{-1}_{1122}n_i^{-1};\end{cases} \quad (i = \overline{1,2})$$

$$b_1^{(k)} = J_0(\mu_k)\gamma_k t_{00}\left\langle t_{14}sh^2(\alpha_k H v_1^{-1})ch(\alpha_k H v_1^{-1}) + t_{11}\left[(1+m_1)sh^2(\alpha_k H v_1^{-1})\left[t_{12}sh(\alpha_k H v_1^{-1}) + t_{13}\right] + \right.\right.$$

$$+t_{11}\left[(1+m_1)sh^2(\alpha_k H v_1^{-1})\left[t_{12}sh(\alpha_k H v_1^{-1}) + t_{13}\right] + ch(\alpha_k H v_1^{-1})\times\right.$$

$$+ch(\alpha_k H v_1^{-1})\left\{t_{10}ch(\alpha_k H v_1^{-1})\left[c_0 sh(\alpha_k H v_1^{-1}) + c_1\left(1 - ch(\alpha_k H v_1^{-1})\right)\right] + c_1(1+m_2)sh(\alpha_k H v_1^{-1})(1-\right.$$

$$\left.\left.-ch(\alpha_k H v_1^{-1}))\right\}\right]\right\rangle \Big/ \Big\langle (I_0(\gamma_k v_1 R) - 1)\left\{t_{11}t_{21}t_{00}sh^2(\alpha_k H v_1^{-1}) + t_{22}\left[c_1 t_{10}ch(\alpha_k H v_1^{-1})\left(1 + ch(\alpha_k H v_1^{-1})\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left.+(1+m_1)sh(\alpha_k H v_1^{-1})\left(t_{12}ch(\alpha_k H v_1^{-1}) + c_1 s_0 + t_{23}sh(\alpha_k H v_1^{-1})\right)\right]\right\} + c_1\left(ch(\alpha_k H v_1^{-1}) - 1\right)\left[t_{10}ch(\alpha_k H v_1^{-1}) + \right.$$

$$+(1+m_2)sh(\alpha_k H v_1^{-1})\Big]+sh(\alpha_k H v_1^{-1})\Big[c_0 t_{10} ch(\alpha_k H v_1^{-1})-t_{24} sh(\alpha_k H v_1^{-1})\Big]\Big\rangle,$$

$$\tilde{S}_2(\alpha_k z_1)=Rs_0\mu_k^{-1}ch(\mu_k z_1 R^{-1})+E^{(k)}sh(\mu_k z_1 R^{-1}),\ \ \tilde{S}_3(\alpha_k z_2)=-sh(\mu_k z_1 R^{-1})-M^{(k)}ch(\mu_k z_1 R^{-1}),$$

$$M^{(k)}=M_k N_k^{-1},\quad E^{(k)}=-E_k N_k^{-1}.$$

Тоді вирази для компонент вектора переміщення і тензора напруження для циліндричного штампа будемо шукати у вигляді:

для $n_1 \neq n_2$:

$$U_r'^{(1)}=\varepsilon\theta_+ r(2H\theta_6)^{-1}\chi_0+\sum_{k=1}^{\infty}\Big\{\gamma_k^2 b_3^{(k)}\Big[s_0 I_1(\gamma_k v_2 R)(I_1(\gamma_k v_1 R))^{-1}v_1 I_1(v_1\gamma_k r)\cos(\gamma_k z_1 v_1)-v_2 I_1(v_2\gamma_k r)\cos(\gamma_k z_2 v_2)\Big]+$$

$$+\alpha_k^2 J_1(\alpha_k r)\Big(\tilde{S}_4(\alpha_k z_1)v_1^{-1}+\tilde{S}_5(\alpha_k z_2)v_2^{-1}\Big)\Big\}\chi_k$$

$$U_3'^{(1)}=-\varepsilon\left\{1+\chi_0\left[\frac{1}{H\theta_6}\left(\frac{m_1 z_1}{n_1}+\frac{m_2 z_2}{n_2}\right)-1\right]\right\}-\sum_{k=1}^{\infty}\left\{\gamma_k^2 b_3^{(k)}\left[s_0\frac{I_1(\gamma_k v_2 R)}{I_1(\gamma_k v_1 R)}m_1 I_0(\gamma_k v_1 r)\sin(\gamma_k z_1 v_1)-m_2 I_0(\gamma_k v_2 r)\sin(\gamma_k z_2 v_2)\right]+\right.$$

$$\left.+\alpha_k^2 J_0(\alpha_k r)\left(\frac{m_1\tilde{S}_2(\alpha_k z_1)}{n_1}+\frac{m_2\tilde{S}_3(\alpha_k z_2)}{n_2}\right)\right\}\chi_k$$

$$Q_{33}'^{(1)}=C_{44}(1+m_1)l_1\left\langle-\frac{\varepsilon}{H\theta_6}\chi_0\left[\frac{1}{v_1}+\frac{s}{v_2}\right]-\right. \tag{14}$$

$$\left.-\sum_{k=1}^{\infty}\left\{\gamma_k^3 b_3^{(k)}\left[s_0\frac{I_1(\gamma_k v_2 R)}{I_1(\gamma_k v_1 R)}n_1 I_0(\gamma_k v_1 r)\cos(\gamma_k z_1 v_1)-s n_2 I_0(\gamma_k v_2 r)\cos(\gamma_k z_2 v_2)\right]+\alpha_k^3 J_0(\alpha_k r)\left(\frac{\tilde{S}_4(\alpha_k z_1)}{v_1}+\frac{s\tilde{S}_5(\alpha_k z_2)}{v_2}\right)\right\}\chi_k\right\rangle$$

$$Q_{3r}'^{(1)}=C_{44}(1+m_1)\sum_{k=1}^{\infty}\Big\{s_0\gamma_k^3 b_3^{(k)}\Big[v_2 I_1(\gamma_k v_2 r)\sin(\gamma_k z_2 v_2)-v_1 I_1(\gamma_k v_2 R)(I_1(\gamma_k v_1 R))^{-1}I_1(\gamma_k v_1 r)\sin(\gamma_k z_1 v_1)\Big]+$$

$$+\alpha_k^3 J_1(\alpha_k r)\Big[n_1^{-1}\tilde{S}_2(\alpha_k z_1)+s_0 n_2^{-1}\tilde{S}_3(\alpha_k z_2)\Big]\Big\}\chi_k$$

для $n_1 = n_2$:

$$U_r'^{(1)}=\varepsilon\left\langle\frac{4Ev_1}{H\theta_2}\chi_0 r\left(\frac{1}{v_1}+2z_1\right)-\sum_{k=1}^{\infty}\chi_k\left\{\frac{R^2}{2}b_1^{(k)}\gamma_k v_1 I_1(v_1\gamma_k r)\left[\left(H\left(1+\frac{s_0(1-I_0(v_1\gamma_k R))}{v_1\gamma_k R I_1(v_1\gamma_k R)}\right)+v_1 z_1\right)\cos(\gamma_k v_1 z_1)+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+\frac{\sin(\gamma_k v_1 z_1)}{\gamma_k}-J_1(\alpha_k r)\left[\frac{\alpha_k}{v_1}\left(\tilde{S}_4(\alpha_k z_1)+v_1 z_1\tilde{S}_5(\alpha_k z_1)\right)-\tilde{S}_3(\alpha_k z_1)\right]\right]\right\}\right\rangle \tag{15}$$

$$U_3'^{(1)}=\varepsilon\Big\langle(m_2-1)v_1^{-1}+\Big[1-2E(H\theta_2)^{-1}\Big(r^2-2z_1^2+4m_1 z_1\Big(v_1^{-1}+z_1\Big)\Big)\Big]\chi_0+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\chi_k\Big\{0{,}5R^2 b_1^{(k)}\gamma_k I_0(\gamma_k v_1 r)\Big[\Big(H\Big(1+s_0(1-I_0(v_1\gamma_k R))(v_1\gamma_k R I_1(v_1\gamma_k R))^{-1}\Big)+v_1 z_1\Big)m_1\sin(\gamma_k v_1 z_1)+$$

$$+(1-m_2)\cos(\gamma_k v_1 z_1)\gamma_k^{-1}\Big]-J_0(\alpha_k r)n_1^{-1}\Big[m_1\alpha_k\Big(\tilde{S}_2(\alpha_k z_1)+z_1 v_1\tilde{S}_3(\alpha_k z_1)\Big)+(m_2-1)v_1\tilde{S}_5(\alpha_k z_1)\Big]\Big\}\Big\rangle$$

$$Q_{33}'^{(1)}=C_{44}\varepsilon\Big\langle-8Ev_1(H\theta_2 R^2)^{-1}\chi_0\Big[(1+m_1)l_1\Big(v_1^{-1}+z_1\Big)+(1+m_2)l_2 z_1\Big]+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\chi_k\left\{0,5R^2b_1^{(k)}\gamma_k n_1 I_0(\gamma_k v_1 r)\left[(1+m_1)l_1\gamma_k\left(H\left(1+s_0(1-I_0(v_1\gamma_k R))(v_1\gamma_k R I_1(v_1\gamma_k R))^{-1}\right)+v_1 z_1\right)\cos(\gamma_k v_1 z_1)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+(1+m_2)l_2\sin(\gamma_k v_1 z_1)\right]-\alpha_k J_0(\alpha_k r)\left[(1+m_1)l_1\alpha_k v_1^{-1}\left(\tilde{S}_4(\alpha_k z_1)+v_1 z_1\tilde{S}_5(\alpha_k z_1)\right)+(1+m_2)l_2\tilde{S}_3(\alpha_k z_1)\right]\right\}\Big\rangle$$

$$Q_{3r}^{\prime(1)}=C_{44}\varepsilon\left\langle\frac{4Er(1+m_2)}{H\theta_2}\chi_0+\sum_{k=1}^{\infty}\chi_k\left\{\frac{R^2}{2}\gamma_k v_1 b_1^{(k)} I_1(\gamma_k v_1 r)\left[(1+m_1)\gamma_k\left(H\left(1+\frac{s_0(1-I_0(v_1\gamma_k R))}{v_1\gamma_k R I_1(v_1\gamma_k R)}\right)+v_1 z_1\right)\sin(\gamma_k v_1 z_1)-\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-(1+m_2)\cos(\gamma_k v_1 z_1)\right]+\frac{\alpha_k}{v_1}J_1(\alpha_k r)\left[\alpha_k(1+m_1)\left(\tilde{S}_2(\alpha_k z_1)+v_1 z_1\tilde{S}_3(\alpha_k z_1)\right)+(1+m_2)\tilde{S}_5(\alpha_k z_1)\right]\right\}\right\rangle$$

де $\theta_+=v_1^{-1}+v_2^{-1}$,

$$\tilde{S}_2(\alpha_k z_1)=R^2\varepsilon\mu_k^{-2}\left[ch(\alpha_k z_1)-cth(\mu_k l v_1^{-1})sh(\alpha_k z_1)\right],\tilde{S}_4(\alpha_k z_1)=R^2\varepsilon\mu_k^{-2}\left[sh(\alpha_k z_1)-cth(\mu_k l v_1^{-1})ch(\alpha_k z_1)\right],$$

$$\tilde{S}_3(\alpha_k z_2)=\frac{n_2R^2\varepsilon}{n_1\mu_k^2 s_0}\left[cth(\mu_k l v_2^{-1})sh(\alpha_k z_2)-ch(\alpha_k z_2)\right],\ \tilde{S}_5(\alpha_k z_2)=\frac{n_2R^2\varepsilon}{n_1\mu_k^2 s_0}\left[cth(\mu_k l v_2^{-1})ch(\alpha_k z_2)-sh(\alpha_k z_2)\right].$$

Напружено-деформівний стан у пружному шарі з початковими (залишковими) напруженнями визначимо з [106] через гармонійні функції у вигляді інтегралів Ханкеля. Задовольнивши третю умову (7), другу – (8) і умови (10), після ряду перетворень матимемо

для нерівних коренів $n_1\neq n_2$

$$u_r^{\prime(2)}=-\hat{T}^3(\Omega_+^2;S_1^1;K_0^1;s_3;1;1),\qquad u_3^{\prime(2)}=-m_1v_1^{-1}\hat{T}^3(\Omega_-^2;S_1^0;K_0^0;s_3;s_2;1)\tag{16}$$

$$Q_{33}^{\prime(2)}=C_{44}(1+m_1)l_1R^{-1}\hat{T}^3(\Omega_+^2;S_2^0;K_1^0;s_3;s;1),\quad Q_{3r}^{\prime(2)}=C_{44}(1+m_1)s_3(v_1R)^{-1}\hat{T}^3(\Omega_-^2;S_2^1;K_1^1;1;1;1)$$

для рівних коренів $n_1=n_2$:

$$u_r^{\prime(2)}=\varepsilon(\pi\theta_3)^{-1}\tilde{T}^1(\Omega_+^3;S_1^1;N_0^1;K_0^1;1),\quad u_3^{\prime(2)}=m_1\varepsilon(\pi\theta_3v_1)^{-1}\tilde{T}^1(\Omega_-^3;S_1^0;N_0^0;K_0^0;s_1),\tag{17}$$

$$Q_{33}^{\prime(2)}=(1+m_1)\varepsilon l_1C_{44}(\pi\theta_3R)^{-1}\tilde{T}^1(\Omega_+^3;S_2^0;N_1^0;K_1^0;s),\ Q_{3r}^{\prime(2)}=-(1+m_1)\varepsilon C_{44}(\pi\theta_3Rv_1)^{-1}\tilde{T}^1(\Omega_-^3;S_2^1;N_1^1;K_1^1;s_0),$$

де $s_1=\dfrac{m_1-1}{m_1},\quad s_2=\dfrac{m_2}{m_1}\dfrac{v_1}{v_2},\quad s_3=s_0\dfrac{v_1}{v_2},\quad s=s_0\dfrac{l_2}{l_1},$

$$\hat{T}^3(\Omega_\pm^{n_1};S_{m_1}^n;K_{m_2}^n;\overline{\beta}_1;\overline{\beta}_2;l_1)=\frac{1}{\pi}\sum_{j=0}^{\infty}C_j^*\left[l_1\Omega_\pm^{n_1}(S_{j+m_1}^n;1;0;\overline{\beta}_1;\overline{\beta}_2;0)+\frac{1}{h}\sum_{i=1}^{\infty}a_i\Omega_\pm^{n_1}(S_{j+m_1}^n;h;0;\overline{\beta}_1;\overline{\beta}_2;k_i)\right]+$$

$$\frac{\varepsilon}{\pi\theta_3}(\chi_0-1)\left[l_1\Omega_\pm^{n_1}(S_{m_1}^n;1;0;\overline{\beta}_1;\overline{\beta}_2;0)+\sum_{i=1}^{\infty}a_i\Omega_\pm^{n_1}(S_{m_1}^n;h;0;\overline{\beta}_1;\overline{\beta}_2;k_i)\right]-$$

$$-\frac{\varepsilon\theta_4}{\pi\theta_3}\sum_{j=1}^{\infty}\chi_j\left[l_1\Omega_\pm^{n_1}(K_{m_2}^n;1;\mu_j;\overline{\beta}_1;\overline{\beta}_2;0)+\frac{1}{h}\sum_{i=1}^{\infty}a_i\Omega_\pm^{n_1}(K_{m_2}^n;h;\mu_j;\overline{\beta}_1;\overline{\beta}_2;k_i)\right],$$

$$\Omega_\pm^2(\hat{L}_m^n,t,\mu,k,a,\theta)=k\left[\hat{L}_m^n\left(\frac{\rho}{t},\mu,-\frac{z_1}{tR}+\theta\right)\pm\hat{L}_m^n\left(\frac{\rho}{t},\mu,\frac{z_1}{tR}+\frac{h_1}{tRv_1}+\theta\right)+\hat{L}_m^n\left(\frac{\rho}{t},\mu,-\frac{z_1}{tR}-\frac{h_1}{tRv_1}+\theta\right)\right]-$$

$$-\mathrm{a}\left[\hat{\mathrm{L}}_m^n\left(\frac{\rho}{t},\mu,\frac{z_2}{tR}+\theta\right)\pm\hat{\mathrm{L}}_m^n\left(\frac{\rho}{t},\mu,\frac{z_2}{tR}+\frac{h_1}{tRv_2}+\theta\right)+\hat{\mathrm{L}}_m^n\left(\frac{\rho}{t},\mu,-\frac{z_2}{tR}-\frac{h_1}{tRv_2}+\theta\right)\right],\ \hat{\mathrm{L}}_m^n(\mathrm{t},0,\mathrm{u})=\hat{\mathrm{L}}_m^n(\mathrm{t},\mathrm{u}).$$

$$\tilde{T}^1(\Omega_\pm^l;S_{m_1}^n;N_{m_2}^n;K_{m_3}^n;\mathrm{k};\mathrm{a})=(1+a_0)\Big\langle(1-\chi_0)\cdot\Omega_\pm^l\left(S_{m_1}^n;0;\mathrm{k};\mathrm{a};0\right)-\frac{\theta_3}{\varepsilon}\sum_{j=0}^{\infty}C_j^{**}\Omega_\pm^l\left(S_{j+m_1}^n;0;\mathrm{k};\mathrm{a};0\right)-$$

$$-\sum_{k=1}^{\infty}\chi_k\Omega_\pm^l\left(K_{m_3}^n;\mu_k;\mathrm{k};\mathrm{a};0\right)-\frac{2(m_2-1)R^2}{\theta_2}\chi_0\Omega_\pm^l\left(N_{m_2}^n;0;\mathrm{k};\mathrm{a};0\right)+$$

$$+\theta_4\frac{(m_2-1)R^2}{2}\sum_{k=1}^{\infty}b_1^{(k)}\chi_k\Omega_\pm^l\left(K_{m_3}^n;i\gamma_k v_1R;\mathrm{k};\mathrm{a};0\right)\Big\rangle+\sum_{\tau=1}^{\infty}a_\tau\Big\langle(1-\chi_0)\Omega_\pm^l\left(S_{m_1}^n;0;\mathrm{k};\mathrm{a};v_1\tau\right)-$$

$$-\frac{\theta_3}{\varepsilon}\sum_{j=0}^{\infty}C_j^{**}\Omega_\pm^l\left(S_{j+m_1}^n;0;\mathrm{k};\mathrm{a};v_1\tau\right)-\frac{2(m_2-1)R^2}{\theta_2}\chi_0\Omega_\pm^l\left(N_{m_2}^n;0;\mathrm{k};\mathrm{a};v_1\tau\right)+$$

$$+\theta_4\sum_{k=1}^{\infty}\chi_k\Omega_\pm^l\left(K_{m_3}^n;\mu_k;\mathrm{k};\mathrm{a};v_1\tau\right)+\frac{(m_2-1)R^2}{2}\sum_{k=1}^{\infty}b_1^{(k)}\chi_k\Omega_\pm^l\left(K_{m_3}^n;i\gamma_k v_1R;\mathrm{k};\mathrm{a};v_1\tau\right)\Big\rangle$$

$$\Omega_\pm^3(\hat{\mathrm{L}}_m^n,\mu,\mathrm{k},\theta)=(A_1^{02}-s_0)\hat{\mathrm{L}}_m^n\left(\rho,\mu,z_1R^{-1}-\theta\right)+\left(A_1^{12}-2k\right)\hat{\mathrm{L}}_m^n\left(\rho,\mu,2h_1(Rv_1)^{-1}+z_1R^{-1}-\theta\right)+$$

$$+\left(A_1^{22}-2k\right)\hat{\mathrm{L}}_{m+1}^n\left(\rho,\mu,2h_1(Rv_1)^{-1}+z_1R^{-1}-\theta\right)\pm\left(A_1^{02}+s_0-2k\right)\hat{\mathrm{L}}_m^n\left(\rho,\mu,-z_1R^{-1}-\theta\right)\pm2z_1R^{-1}\hat{\mathrm{L}}_{m+1}^n\left(\rho,\mu,-z_1R^{-1}-\theta\right)\pm$$

$$\pm\left(A_1^{12}-2k\right)\hat{\mathrm{L}}_m^n\left(\rho,\mu,2h_1(Rv_1)^{-1}-z_1R^{-1}-\theta\right)\pm(A_1^{22}+2z_1R^{-1})\hat{\mathrm{L}}_{m+1}^n\left(\rho,\mu,2h_1(Rv_1)^{-1}-z_1R^{-1}-\theta\right),$$

$$\hat{\mathrm{L}}_m^n(\mathrm{t},0,\mathrm{u})=\hat{\mathrm{L}}_m^n(\mathrm{t},\mathrm{u}),\ A_1^{02}=s_0(s_0-s_1)(s_0+s_1)^{-1},\ A_1^{12}=2s_0(s_0-s_1)(s_0+2s_1)(s_0+s_1)^{-2},\ A_1^{22}=h_1(s_0v_1R)^{-1}A_1^{12},$$

$$S_n^m(\rho;z)=\int_0^{\infty}\eta^{n-2}\sin\eta e^{-z\cdot\eta}J_m(\eta\rho)d\eta,\ \ K_n^m(\rho;\mu_k;z)=\int_0^{\infty}\eta^n\psi_0(\eta,\mu_k)e^{z\cdot\eta}J_m(\eta\rho)d\eta,$$

$N_n^m(\rho;z)=\int_0^{\infty}\eta^n\psi_1(\eta,0)e^{z\cdot\eta}J_m(\eta\rho)d\eta$, C_j^{**} – коефіцієнти розкладу у ряд $F(\eta)$, k_i, a_i – деякі константи (i=0,1,2,...).

В (12)-(17) значення коефіцієнтів n_i, m_i, c_{44}, l_i наведені у [96].

Використовуючи розв’язки для циліндра (12) - (15) й задовольняючи третю умову (7) та другу умову (9), знайдемо власні значення задачі (6) – (11)

для випадку нерівних коренів $n_1 \neq n_2$:

$$\gamma_k=\frac{\pi(2k+1)}{H},\ \ \alpha_k=\frac{\mu_k}{R},\ \text{де}\ J_1(\mu_k)=0. \tag{18}$$

для випадку рівних коренів $n_1 = n_2$:

$$\alpha_k=\frac{\mu_k}{R},\ \gamma_k=2\pi kH^{-1},\quad(k=0,1,2,...) \tag{19}$$

З допомогою перших умов (7) і (8) можна визначити невідому функцію $F(\eta)$ з парних інтегральних рівнянь для нерівних коренів

$$\int_0^\infty F(\eta)\eta^{-1}J_0(\eta\rho)d\eta = f(\rho),\ (\rho<1),\quad \int_0^\infty F(\eta)J_0(\eta\rho)d\eta = 0,\ (\rho>1), \tag{20}$$

де для випадку нерівних коренів $n_1 \neq n_2$

$$f(\rho) = \frac{\varepsilon}{\theta_3}\left(\chi_0 - 1 - \theta_4\sum_{k=1}^\infty \chi_k J_0(\mu_k\rho) + \frac{\theta_3}{\varepsilon}\int_0^\infty \frac{F(\eta)}{\eta}G(\eta h)J_1(\eta\rho)d\eta\right),\quad \theta_4 = \frac{v_1(m_2-1)-m_1 s_0}{n_1},\quad \theta_3 = \frac{m_1}{v_1}(s_1 - s_0),$$

для випадку рівних коренів $n_1 = n_2$:

$$f(\rho) = -\varepsilon\theta_3^{-1}\left(1 - \chi_0 - 2(m_2-1)\frac{R^2}{\theta_2}\chi_0\rho + \right.$$

$$\left. +\theta_4\sum_{k=1}^\infty \chi_k J_0(\mu_k\rho) + +0,5(m_2-1)R^2\sum_{k=1}^\infty b_1^{(k)}\chi_k I_0(\gamma_k v_1 R\rho)\right) + \int_0^\infty \eta^{-1}F(\eta)G(\eta h)J_1(\eta\rho)d\eta$$

де $\theta_3 = m_1(s_1 - s_0)v_1^{-1}$.

Застосування формули звернення до (16) призводить до інтегрального рівняння Фредгольма другого роду відносно функції $F(\eta)$

для випадку нерівних коренів $n_1 \neq n_2$:

$$\frac{F(\eta)}{\eta} = \frac{2\varepsilon}{\pi\theta_3}\left((\chi_0-1)\psi_0(\eta,0) - \theta_4\sum_{k=1}^\infty \chi_k\psi_0(\eta,\mu_k) + \frac{\theta_3}{\varepsilon}\int_0^\infty \frac{F(u)}{u}G(uh)\psi_0(\eta,u)du\right), \tag{21}$$

для випадку рівних коренів $n_1 = n_2$:

$$\frac{F(\eta)}{\eta} = -\frac{2\varepsilon}{\pi\theta_3}\left((1-\chi_0)\psi_0(\eta,0) - 2(m_2-1)\frac{R^2}{\theta_2}\chi_0\psi_1(\eta,0) + \theta_4\sum_{k=1}^\infty \chi_k\psi_0(\eta,\mu_k) + \right.$$

$$\left. +0,5(m_2-1)R^2\sum_{k=1}^\infty b_1^{(k)}\chi_k\psi_0(\eta, i\gamma_k v_1 R)\right) + 2\pi^{-1}\int_0^\infty u^{-1}F(u)G(uh)\psi_0(\eta,u)du \tag{22}$$

де $\psi_n(x,y) = \int_0^1 t^n \cos xt \cos yt dt$.

Задовольнивши другу граничну умову (7), розв'язок (21)-(22) будемо шукати методом послідовних наближень, взявши за нульове наближення функцію

$$F^{(0)}(\eta)/\eta = 2\varepsilon(\pi\theta_3)^{-1}p(\eta),$$

де для випадку нерівних коренів $n_1 \neq n_2$:

$$p(\eta) = (\chi_0 - 1)\psi_0(\eta,0) - \theta_4\sum_{k=1}^\infty \chi_k\psi_0(\mu_k\eta).$$

для випадку рівних коренів $n_1 = n_2$:

$$p(\eta) = \varepsilon\Big((1-\chi_0)\psi_0(\eta,0) - 2(m_2-1)R^2\theta_2^{-1}\chi_0\psi_1(\eta,0) + \theta_4\sum_{k=1}^{\infty}\chi_k\psi_0(\eta,\mu_k) +$$

$$+0,5(m_2-1)R^2\sum_{k=1}^{\infty} b_1^{(k)}\chi_k\psi_0(\eta, i\gamma_k v_1 R)\Big)$$

Наступні наближення визначимо за формулою

$$\frac{F^{(j)}(\eta)}{\eta} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{F^{(j-1)}(u)}{u}G(uh)J_0(\eta u)du$$

Розв'язок (14) запишемо у вигляді

$$F(\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} F^{(n)}(\eta)\,. \tag{23}$$

Відмітимо, що процес послідовних наближень (23) збіжний при $h > 1$ та $\lambda_1 > \lambda_{kp}$, враховуючи дослідження проведені [96].

Задовольнивши перші дві граничні умови (7) з урахуванням ортогональності бесселевих функцій $J_0(\mu_k \rho)$, для визначення сталих $\chi_i \quad (i = 0,1,2,..)$ отримаємо нескінченну квазірегулярну систему алгебраїчних рівнянь

$$\vartheta_k\chi_k + \sum_{n=0}^{\infty}\vartheta_{kn}\chi_n = \varpi_k \quad (k = 0,1,2,..)\,. \tag{24}$$

Коефіцієнти системи можна представити у вигляді

де для випадку нерівних коренів $n_1 \neq n_2$:

$$\vartheta_0 = \varpi_0 = \frac{2}{\pi}\left[1 + \frac{2}{\pi}\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\frac{\sin u}{u}G(hu)\psi_{j-1}(u,0)du\right];\quad \vartheta_{0n} = \frac{2}{\pi}\left[-\theta_4\psi_0(0,\mu_n) + \frac{2}{\pi}\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\frac{\sin u}{u}G(hu)\psi_{j-1}(u,\mu_n)du\right];$$

$$\vartheta_{k0} = \frac{2}{\pi}\left[-\theta_4\psi_0(0,\mu_k) + \frac{2}{\pi}\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\Big(\psi_{j-1}(u,\mu_k)G(hu)\psi_0(u,0)du\Big);\quad \vartheta_{00} = \frac{\theta_5\theta_3 RE}{\kappa l};\right. \tag{25}$$

$$\vartheta_k = \frac{\theta_3\mu_k J_0^2(\mu_k)}{2\kappa R v_1}\left[\frac{l_2 v_2}{l_1 v_1}cth\left(\frac{\mu_k l}{v_2}\right) - cth\left(\frac{\mu_k l}{v_1}\right)\right];\quad \varpi_k = \frac{2}{\pi}\left[\psi_0(0,\mu_k) + \frac{2}{\pi}\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\psi_{j-1}(u,\mu_k)G(hu)\psi_0(u,0)du\right];$$

$$\vartheta_{kn} = \frac{2}{\pi}\left[-\theta_4\psi_0(\mu_k,\mu_n) - \frac{2\theta_3 s_0 v_1 R\pi}{\kappa l}\sum_{m=1}^{\infty}\tau_{mn}\iota_{km} + \frac{2}{\pi}\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\Big(\psi_0(u,\mu_n)G(hu)\psi_{j-1}(u,\mu_k)du\Big)\right];$$

де для випадку рівних коренів $n_1 = n_2$:

$$\vartheta_0 = \frac{1}{\pi}\left[1 + \frac{(m_2-1)R^2}{\theta_2} + \frac{2}{\pi}\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\left(\psi_0(u,0) + \frac{2(m_2-1)R^2}{\theta_2}\psi_1(u,0)\right)G(hu)\psi_{j-1}(u,0)du\right];$$

$$\varpi_0 = \frac{1}{\pi}\left[1 - \frac{2}{\pi}\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\psi_0(u,0)G(hu)\psi_{j-1}(u,0)du\right]; \quad \vartheta_k = \frac{\mu_k J_0^2(\mu_k)}{2\theta_3\kappa R}\left[\frac{\mu_k}{Rv_1}E^{(k)} - sM^{(k)}\right]; \qquad (26)$$

$$\vartheta_{0n} = \frac{1}{\pi}\left[\theta_4\psi_0(0,\mu_n) + \frac{(m_2-1)R^2}{2}b_1^{(n)}\psi_0(0,i\gamma_n v_1 R) + \frac{2}{\pi}\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\left(\theta_4\psi_0(u,\mu_n) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{(m_2-1)R^2}{2}b_1^{(n)}\psi_0(u,i\gamma_n v_1 R)\right)G(hu)\psi_{j-1}(u,\mu_n)du\right];$$

$$\vartheta_{00} = \frac{2E}{\kappa\theta_2\theta_3 lR}; \quad \varpi_k = \frac{2}{\pi}\left[\psi_0(0,\mu_k) + \frac{2}{\pi}\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\psi_0(u,\mu_k)G(hu)\psi_{j-1}(u,0)du\right];$$

$$\vartheta_{k0} = \frac{2}{\pi}\left[\psi_0(0,\mu_k) + \frac{2(m_2-1)R^2}{\theta_2}\frac{\sin\mu_k}{\mu_k} + \frac{2}{\pi\varepsilon\theta_3}\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\left(\theta_4\psi_0(u,\mu_k) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{(m_2-1)R^2}{2}b_1^{(k)}\psi_0(u,i\gamma_k v_1 R)\right)G(hu)\psi_{j-1}(u,0)du\right];$$

$$\vartheta_{kn} = -\frac{2}{\pi}\left[\theta_4\psi_0(\mu_k,\mu_n) + \frac{(m_2-1)R^2}{2}b_1^{(k)}\psi_0(\mu_n,i\gamma_k v_1 R) + \frac{2}{\pi\varepsilon\theta_3}\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\left(\theta_4\psi_0(u,\mu_k) + \right.\right.$$

$$\left. + \frac{(m_2-1)R^2}{2}b_1^{(k)}\psi_0(u,i\gamma_k v_1 R)\right)G(hu)\psi_{j-1}(u,\mu_n)du +$$

$$\left. + \frac{l}{2\kappa\theta_3}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\gamma_m^2 v_1^2 J_0(\mu_k)b_1^{(n)}(\gamma_m v_1 R I_1(\gamma_m v_1 R) + s_0(1 - I_0(\gamma_m v_1 R)))}{\mu_k^2 + \gamma_m^2 v_1^2 R^2}\right].$$

де $\theta_5 = (v_2 + v_1 s)n_1 n_2((m_1 v_2^3 + m_2 v_1^3)E)^{-1}$, $\psi_j(\eta,\mu_n) = \frac{2}{\pi}\eta\int_0^1\cos\eta t dt\int_0^{\infty}\frac{\psi_{j-1}(u,\mu_n)}{u}G(uh)\cos utdu.$

При обчисленні функції (23) й коефіцієнтів (25) – (26) більшість інтегралів у кінцевому вигляді не обчислюються, враховуючи складність функцій G_i $(i=\overline{1,4})$. Тому, починаючи з другого наближення, підінтегральні функції розкладаються у ряди за степенями h^{-i}, (i=1,..,7) що дозволить обчислити коефіцієнти системи (24) наближено.

Визначивши невідомі сталі χ_i $(i = 0,1,2,..)$ із системи (24), можна обчислити напружено-деформівний стан як у пружному штампі, так і в шарі за формулами (12) – (17).

У результаті цього розв’язок представлений у вигляді рядів через нескінченну систему констант, що визначаються із системи квазірегулярних лінійних алгебраїчних рівнянь. Причому в системі (24) коефіцієнти ϑ_k і ϑ_{kn}

залежать від структури пружного потенціалу, висоти пружного штампа H, і товщини попередньо напруженого шару, а вільні члени залежать від коренів n_1, n_2

Враховуючи асимптотичні представлення для функцій Бесселя, величин μ_k та обмеженість інтегралів $\psi(\mu_k, \mu_n)$, система (24) квазірегулярна, якщо $\lambda_1>\lambda_{кр}$, а також при виконанні умови

$$C_{44} l_1 (1+m_1)(s-s_0)(m_1(s_0-s_1))^{-1} < \begin{cases} 0,36E(1-v^2)^{-1}, & \text{для стисливих тіл;} \\ 0,48E, & \text{для нестисливих тіл,} \end{cases}$$

Чисельно, квазірегулярність системи (24) підтверджує табл. 1, що сформована для перших восьми значень коефіцієнтів системи, виписаної у вигляді

$$\chi_k = -\sum_{n=0}^{\infty} \vartheta_{kn}/\vartheta_k \cdot \chi_n + \varpi_k/\vartheta_k \quad (k=0,1,2,..)$$

у випадку потенціала Трелоара при h=4, λ_1=0.7.

Таблиця 1.

Коефіцієнти квазірегулярної системи лінійних алгебраїчних рівнянь

n / k	$-\vartheta_{kn}/\vartheta_k$								ϖ_k/ϑ_k
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	0.67817	0.67816	-0.49398	-0.49397	0.36871	0.36870	-0.27927	-0.27926	$3.62\cdot10^{-5}$
2	0.67814	0.67813	-0.49393	-0.49392	0.36865	0.36864	0.27922	0.27921	$-3.39\cdot10^{-6}$
3	0.67813	0.67812	-0.49392	-0.49391	0.36864	0.36863	-0.27920	-0.27919	$-1.26\cdot10^{-6}$
4	0.67810	0.67809	-0.49389	-0.49388	0.36861	0.36860	-0.27918	-0.27916	$-1.09\cdot10^{-6}$
5	0.67808	0.67808	-0.49384	-0.49383	0.36854	0.36853	-0.27911	-0.27910	$6.72\cdot10^{-7}$
6	0.67808	0.67807	-0.49383	-0.49382	0.36854	0.36853	-0.27910	-0.27909	$7.58\cdot10^{-8}$
7	0.67807	0.67806	-0.49382	-0.49381	0.36852	0.36851	-0.27908	-0.27907	$2.43\cdot10^{-8}$
8	0.67789	0.67788	-0.49352	-0.49351	0.36819	0.36818	-0.27875	-0.27874	$-8.97\cdot10^{-9}$

В роботі також проведено чисельне розв’язання системи (24) для потенціала Трелоара (неогуківські тіла) та гармонічного потенціала при таких значеннях параметрів: k=n=32; $v=v_1=0,5$; l=10; $\lambda_1=$0,7; 0,8; 0,9; 1; 1,1; 1,2; E=3,92. Алгоритм базується на методі редукції та реалізований у вигляді програми в пакеті Maple.

Вплив початкових напружень на закон розподілу контактних напружень і переміщень для задачі про тиск пружного циліндричного штампа на шар з початковими (залишковими) напруженнями у випадку гармонічного потенціала, зображується на рис. 3, 5, а у випадку потенціала Трелоара на рис. 2, 4 та 6. Причому на рис. 5 представлені тангенціальні напруження, що найбільш зосереджені поблизу зони контакту.

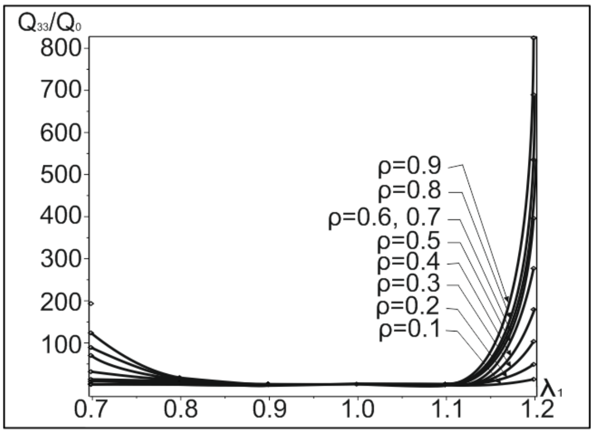


Рисунок 2. Вплив початкових напружень на нормальний закон розподілу (потенціала Трелоара)

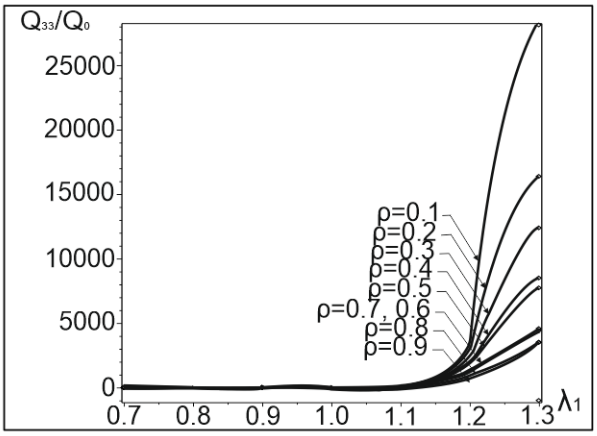


Рисунок 3. Вплив початкових напружень на нормальний закон розподілу(гармонічний потенціал)

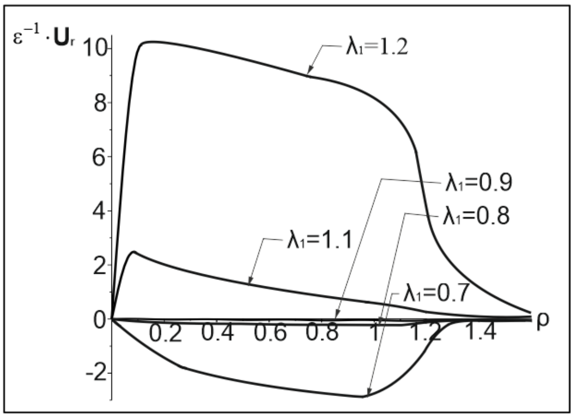


Рисунок 4. Переміщення U_r у пружному шарі (потенціала Трелоара)

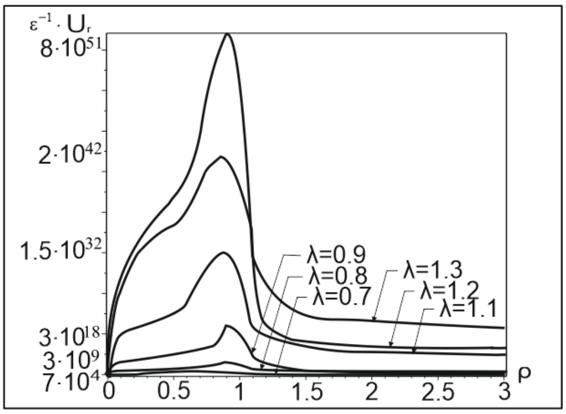


Рисунок 5. Переміщення U_r у пружному шарі (гармонічний потенціал)

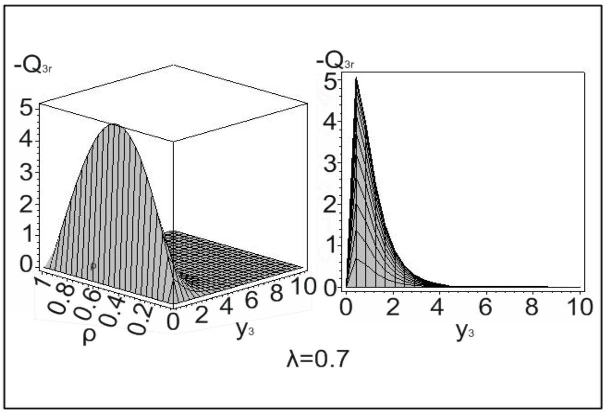


Рисунок 6. Тангенціальні напруження (потенціала Трелоара)

Було проведено дослідження збіжності числових рядів, які зустрічалися при розв'язуванні задачі (6) – (11). Так для більшості рядів знайдені мажоранти. Збіжність деяких рядів було досить складно довести аналітично, але з чисельних результатів виявилося, що вона забезпечується монотонним спаданням сталих $\chi_i \quad (i = 0,1,2,..)$ та $|J_0(\mu_k \rho)|$. Але деякі ряди, що входять у вирази для напружень циліндричного штампа (14) – (15) в точках зміни граничних умов виявилися розбіжними, (оскільки $\mu_k \cdot \chi_k \cdot J_0(\mu_k \rho) \to \infty$, при $k \to \infty$) але це узгоджується з дослідженнями [96].

Порівнюючи компоненти напружено-деформівного стану тіл з початковими напруженнями із відповідними виразами для ізотропного тіла без початкових напружень, при $z_i = 0$ отримаємо рівняння:

$$U_3(r,0) = k \cdot U_3^0(r,0),\ Q_{33}(r,0) = k_s \cdot Q_{33}^0(r,0), \tag{27}$$

де $U_3(r,0)$, $Q_{33}(r,0)$ – переміщення і напруження під штампом, що втискається у шар з початковими напруженнями; $U_3^0(r,0)$, $Q_{33}^0(r,0)$ $-\mathrm{U}_3^0(y_1, y_2, 0), \mathrm{Q}_{33}^0(y_1, y_2, 0)$- переміщення і напруження під штампом, що втискається у шар без початкових напруженнь; k, k_s – коефіцієнти, які відображають вплив початкових напружень на контактні напруження і переміщення пружних циліндра та шару.

Залежність зміни коефіцієнтів k, k_s з рівнянь (27) представлено у табл. 2. З чого видно, що при наближенні коефіцієнта видовження до значень поверхневої нестійкості матеріалу переміщення необмежено зростають, а напруження прямують до нуля.

Таблиця 2

Залежність зміни коефіцієнтів k, k_s

λ_1	Потенціал Бартенєва–Хазановича		Потенціал Трелоара		Гармонічний потенціал	
	k	k_s	k	k_s	k	k_s
0,5951	–	–	–	–	∞	0
0,6661	–	–	∞	0	1,7391	0,2332
0,6934	∞	0	4,1602	0,2090	1,5396	0,3128
0,7	19,7913	44,3841	3,4487	2,9543	1,5061	4,7907
0,8	1,7088	2,6107	1,3285	1,2423	1,2446	2,3223
0,9	1,1653	1,3597	1,0774	1,0376	1,1166	1,4539
1,1	0,9328	0,8847	0,9583	1,0218	0,8533	0,7142
1,2	0,9048	0,8778	0,9176	1,0699	0,6306	0,5132
1,3	0,8961	0,9327	0,8687	1,1269	0,2329	0,3609

Перевірка одержаних результатів на еталонних задачах представлена чисельно у табл. 3, порівнянням числових значень сили P, що діє на верхній торець штампа, при заданих величинах початкових напружень та товщини шару h із випадком без початкових напружень (виділеного жирним шрифтом).

Таблиця 3

Числові значення сили $P/\varepsilon R$

Потенціал Трелоара	λ_1 / h	0,7	0,8	0,9	**1**	1,1	1,2
	1,6	1,4082	1,2487	1,2974	**1,2315**	1,2978	1,2043
	4	1,4025	1,2456	1,2945	**1,2296**	1,2653	1,2022

Мінімальні значення товщини шару h представлені в табл. 4, у випадку гармонічного потенціалу. Для порівняння, приведені значення товщини шару t, коли у циліндрі відсутні початкові напруження. З табл. 4 видно, що початкові напруження впливають на метод послідовних наближень.

Таблиця 4

Мінімальні значення товщини шару *h*

λ_1	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3
h	1,54	1,25	1,02	0,83	0,67	0,54	0,42
t	1,49	1,27	1,08	0,83	0,65	0,51	0,41

Отже, враховуючи результати математичного моделювання та проведеного дослідження для потенціалів, що відповідають рівним та нерівним кореням визначального рівняння (3), вплив початкових напружень на напружено-деформований стан пружного циліндра, що втискається у пружний шар та основу, полягає у тому, що:

1. Початкові напруження при стиску призводять до зменшення сили напружень у циліндричному штампі та шарі, а при розтягненні – до їх збільшення, у випадку переміщень все відбувається навпаки. Тобто, наявність попередньо напруженого стану під час контактної взаємодії пружних тіл дає змогу регулювати контактні напруження та переміщення при розрахунках на міцність деталей машин та конструкцій. Причому для контактних напружень небезпечними є початкові напруження у випадку розтягнення, а для переміщення – у випадку стиску.
2. Найбільший вплив початкових напружень відзначений на бічній поверхні штампу.
3. Товщина шару не впливає на характер дії початкових напружень, а впливає лише на їх значення.
4. Більш суттєво, у кількісному плані, початкові напруження діють у високоеластичних матеріалах у порівнянні із більш жорсткими, але якісно їх вплив зберігається.
5. Небезпечною є ситуація, коли початкові напруження наближаються до значень поверхневої нестійкості, оскільки контактні напруження і переміщення різко змінюють свої значення.

Виявлений при дослідженні вплив початкових (залишкових) напружень є суттєвим для стисливих та нестисливих тіл і повинен враховуватися при розрахунках на надійність та міцність матеріалів, конструкцій, споруд і обладнання. Це підтверджено одержаними аналітичними, графічними та числовими результатами, що дає змогу використовувати їх в інженерних розрахунках.

SECTION 4. MECHANICS

4.1 Screw Conveyors with Elastic Surfaces

One of the problems arising at transporting bulk agricultural products is high degree of their damage because of stuck of grain particles between internal static surface of guiding jacket and rotational peripheral surface of screw operating element. Because of this, it is also possible stuck of operating element causing its breakdowns and energy costs increase.

Solution of the given tasks, in particular development of original constructions of screw operating elements and selection of their rational parameters and operating modes were discussed in the following works [112 - 116].

The research objective is to develop new constructions of auger conveyor with changeable elastic screw blade, make its design and provide theoretical grounds concerning the impact of constructive and technological parameters of elastic screw blade upon force value influencing stuck grain and also to design bench and make test investigations.

New construction of auger conveyor with elastic screw blades and design options of auger elastic rib in the form of petals (sections) [117] depicted in Figure 1 were developed for the implementation of set tasks.

Auger conveyor with elastic screw blade consists of shaft 1, in which band screw spiral 2, to which elastic spiral 3, which can be made as entire one or of separate petals (sections) was fixed with the help of sectional blades 4 and bolt connections with half-round heads 5 and nipples 6.

Width and stiffness of petals are chosen depending on physical and mechanical qualities of transported material. Granular materials interact with operating elastic screw blades while their transporting in guiding jacket 7. In case, when grain falls and it is stuck between unmovable blade of guiding jacket and rotational elastic screw blade, cut petals bend to protect grain from its decay.

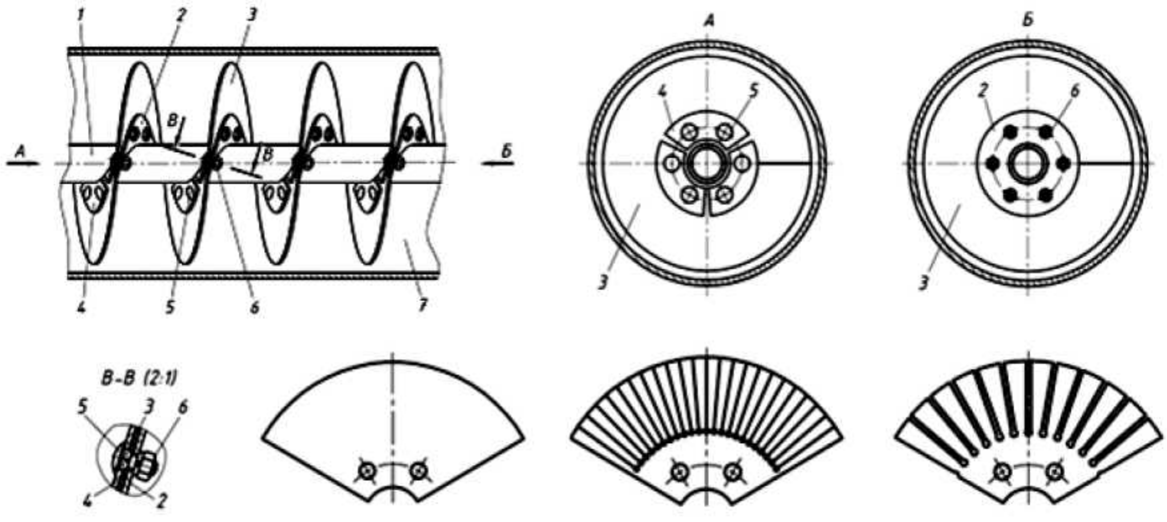


Fig. 1. Auger conveyor with elastic screw blades and blades design options

An offered construction of auger conveyor with elastic screw blade gives the opportunity to change quickly an operating elastic spiral in case of its runout or when it is necessary to transport materials of another rheological quality.

Defining efforts arising during close interaction of elastic rib screw blade, corn grain is going to be investigated, the form of which can be described as half-sphere transiting to cone.

Performing theoretical calculations (on the first stage), we take the following hypotheses: the grain form is ideal and it is described by basic mathematical formulas; peripheral surface of operating element is ideal and it is described by the form of right angle; friction coefficient in the process of elastic rib screw blade interworking with grain products is stable; elastic surface of operating element is up to parameters of absolutely elastic blade (for small deformations); we ignore movements of radial and angular grain; centrifugal forces are not taken into consideration; fluctuation between elements interaction are not taken into account; deformation of elastic sections fixed on the surface of auger conveyor rib is defined according to common formulas of products resistance; in the process of deformation the bend line of elastic rib screw blade is formalized by ideal span.

The process of interworking screw auger blades (Fig. 2) with half-spherical corn grain surface 1 stuck between internal surface of guiding jacket 2 and peripheral surface of auger elastic rib 3 is going to be investigated.

Corn grain position, which can be much more likely stuck, is shown in Figure 2. In this case, corn grain touches surface of internal jacket surface with its cone surface and spherical surface interworks with auger elastic rib.

There is stuck corn grain only when maximal starting angle α_n between normal force of interaction of auger elastic rib with the surface of grain N_b and plane, which is perpendicular to axis of rotation of auger conveyor, is less than angle of grain friction on internal surface of jacket.

In the process of grain stuck, auger conveyor rotates and its elastic blade slips in circular and axial directions with corresponding deformation regarding to grain. During this process force direction N_b approaches to axis OY and its size increases.

The aim of theoretical calculation is defining such parameters of interaction of auger elastic rib with grain material, which protect its possible decay. That is to say, auger conveyor rib will rotate with definite deformation relatively to grain not damaging it. Interaction parameters include constructive and geometrical system parameters, and rheological qualities of transporting object and materials used for manufacturing auger elastic rib.

Stuck corn grain is deformed in the process of rotation of auger elastic rib. The process of rotating of elastic rib from the start of its contact with grain p. A, which is defined by angle α_T to definite the current value position p. B is going to be investigated.

As far as auger elastic rib is not absolutely elastic and its deflection size is insignificant, then in first approximation we take that length of span OB is equal to overhang length of elastic rib l.

Preliminary let us define the height of elastic rib in deformed state Y_T transporting its running end from p. A to p. B that is from starting angle of contact α_n to the current value α_T. Then

$$Y_T = l - \Delta_T. \tag{1}$$

Value Δ_T is defined in statement

$$\Delta_T = \Delta_n - \Delta_з, \tag{2}$$

where Δ_T - value of the current value overlap of elastic rib with a grain, m; Δ_n - value of starting overlap of elastic rib with a grain, m; $\Delta_з$ - value of residual overlap of elastic rib with a grain, m.

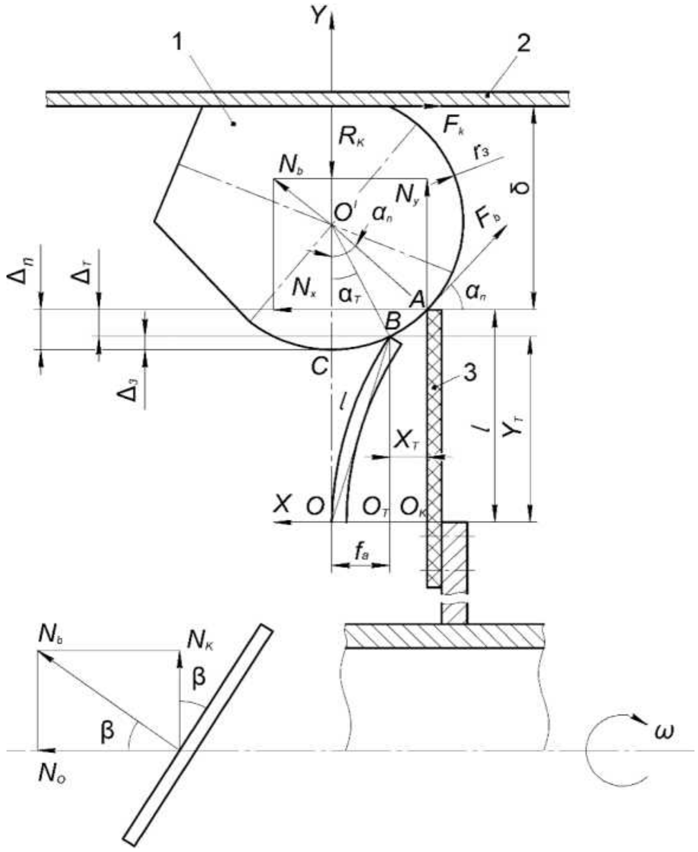


Fig. 2. Design model for the evaluation of transpositions, deformations and forces, which occur between elastic rib screw blade and stuck grain

Values Δ_n and $\Delta_з$ are correspondingly defined

$$\Delta_n = r_з - r_з \cos\alpha_n = r_з(1 - \cos\alpha_n), \tag{3}$$

$$\Delta_з = r_з - r_з \cos\alpha_T = r_з(1 - \cos\alpha_T)., \tag{4}$$

where $r_з$ - radius of dome-shaped corn grain surface, m.

Substituting dependences (3) and (4) into (2), we get

$$\Delta_T = r_з(1 - \cos\alpha_n) - r_з(1 - \cos\alpha_T) = r_з(\cos\alpha_T - \cos\alpha_n). \tag{5}$$

Substituting (5) into (1), we get

$$y_T = l - r_з(\cos\alpha_T - \cos\alpha_n). \tag{6}$$

Then in triangle BOO_T we define the current value meaning of sag of elastic rib

$$f_a^2 = l^2 - y_T^2, \tag{7}$$

where $f_a = \sqrt{l^2 - (l - r_з[\cos\alpha_T - \cos\alpha_n])^2}$.; f_a - magnitude of movement of auger elastic rib end, m.

After transformations we get

$$f_a = \sqrt{r_з(\cos\alpha_T - \cos\alpha_n)(2l - r_з[\cos\alpha_T - \cos\alpha_n])}. \tag{8}$$

According to known dependences of resistance of materials transporting of loaded cantilever fitted beam end is defined as

$$f_a = \frac{Nl^3}{3EI}k., \tag{9}$$

where N - force acting on running end of auger elastic rib, N; E - module of elasticity of auger elastic rib, Pa; I - moment of rib inertia, m^4; k - coefficient taking into account auger elastic rib profile.

In case of using elastic rib in the form of trapezium, its moment of inertia is defined by dependence $I = \frac{l(b^4 - a^4)}{48(b-a)}$.

Substituting meaning f_a from equation (8) into equation (9), and also taking into account the moment of inertia of rib of force N_b, which appear between periphery of elastic rib and grain is defined by dependence

$$N_b = \frac{E(b^4 - a^4)\sqrt{r_з(\cos\alpha_T - \cos\alpha_n)(2l - r_з[\cos\alpha_T - \cos\alpha_n])}}{16l^2(b-a)k}, \tag{10}$$

where *в* - width of bigger base of trapezoidal rib, m; a - width of smaller base of trapezoidal rib, m.

To the case when width of element of elastic rib changes in length l from a to b, coefficient k in the first approximation will be equal $k = 1 - \frac{b-a}{4l}$.

Analyzing dependence (10) we preliminary define the intensity impact one or other parameters of interaction on value of N_b.

For this, possible limits of change of value of parameters should be defined. Elastic rib section of auger conveyor is in the form of trapezium and can be made of rubber, polyethylene of law and high pressure, and polypropylene can be accepted as the fact. According to data [118] module of elasticity for these materials is: rubber (at law deformation) – $E = (0.01…0.1)\cdot 10^9$ Pa; polyethylene of law pressure –

$E = 0.2 \cdot 10^9$ Pa; polyethylene of high pressure – $E = 0.8 \cdot 10^9$ Pa.

Let us accept that analysis of the dependence (10) will be done in the range of meanings $E = (0.05…0.25) \cdot 10^9$ Pa, at medium meaning $E = 0.15\ 10^9$ Pa.

Overhang size of auger elastic rib will be changed in the range of $l = 0.024…0.032$ m, at average meaning $l = 0.028$ m.

Width of bigger $в$ and less a base of auger rib section in the form of trapezium is accepted in the range of $в = 0.020…0.024$ m (average meaning $в = 0.022$ m); $a = 0.014…0.018$ m (average meaning $a = 0.016$ m).

According to known investigations [119] corn grain is from 5.2 to 14 mm long; from 5 to 11 mm wide; from 3 to 8 mm thick. That is why radius of its dome-shaped surface is considered in the range of $r_з = 0.0015…0.0045$ m (average meaning $r_з = 0.003$ m).

According to [119] let us take the range of change of friction angle of corn grains along different types of materials and roughness of guiding jacket internal surface in the range of $\alpha_n = 6°…14°$ (average meaning $\alpha_n = 10°$). The current value angle α_T varies from α_n to zero.

Tilt angle β of elastic screw blade is considered ranging from 10°...30° (average meaning $\beta = 20°$).

Then in the evaluation of intensity impact of stated above parameters on value of N_b let us take the last meaning $\alpha_T = 0°$. Correspondingly in formula (10) value of cos $\alpha_T = 1$. Then dependence (10) takes the form

$$N_b = \frac{E\left(b^4 - a^4\right)\sqrt{r_з\left(1-\cos\alpha_n\right)\left(2l - r_з\left[1-\cos\alpha_n\right]\right)}}{16l^2(b-a)k}. \tag{11}$$

Force N_b, which acts perpendicular to rib plane, expands on axial N_o acting in the direction of auger axis and circular N_k acting in its cross-section. Then axial and circular forces are defined correspondingly

$$N_o = \frac{E\left(b^4 - a^4\right)\sqrt{r_з\left(1-\cos\alpha_n\right)\left(2l - r_з\left[1-\cos\alpha_n\right]\right)}}{16l^2(b-a)k}\sin\beta; \tag{12}$$

$$N_k = \frac{E\left(b^4 - a^4\right)\sqrt{r_з\left(1-\cos\alpha_n\right)\left(2l - r_з\left[1-\cos\alpha_n\right]\right)}}{16l^2(b-a)k}\cos\beta, \tag{13}$$

where β - tilt angle of screw blade of auger elastic rib, deg.

To reduce the degree of grain material damage whilst its transportation by screw conveyors we suggest to fasten some elastic sections to the rigid screw base which would bend when some corns are in a clearance between fixed internal surface of a guiding jacket and rotational peripheral surface of the screw.

For this purpose, an elastic screw conveyor with adjacent elastic sections overlapping has been developed whose general view is presented on Fig. 3. It consists of a central shaft 1 with rigid base 2 on which elastic sections 3 are fixed by screw plates 4 and screw bolts with cup heads 5 and screw nuts 6. Whilst agricultural loose materials transportation in the guiding jacket 7 the elastic sections are bending when some grains are pinched between the jacket fixed surface and rotational surface of the elastic sections. This results in less damage of grain material.

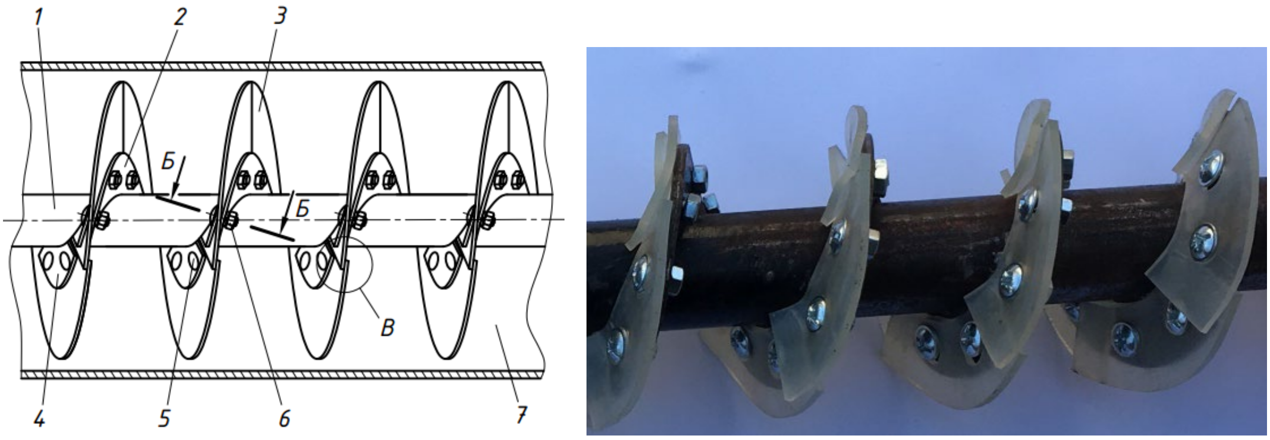


Fig. 3 – General view of the screws with elastic sections overlapping

The transported material while in operation will be rolling off the top edge of the upper section on the lower end of the next section which will have some positive effect on energy consumption of the transportation process and reduce the damage degree of the loose material.

To determine the parameters of loose material flow motion between adjacent elastic sections we consider the general view of position of adjacent elastic sections edges which are fixed to the screw rigid base (Fig. 4).

Figure 4 specifies: ξ – helix angle of screw surface of auger base; ξ_1 – inclination angle of external section edge.

The size of overlapping between the edges of adjacent elastic sections and the numeric values of above-mentioned angles are defined constructively and can be chosen depending on transportation conditions.

The aim of conducting theoretical investigation is to define the motion path of loose material flow after its leaving the elastic section overhang depending on the design and kinematic parameters of the operating device, and also determining the conditions for the further motion path of loose material flow in case of its landing on the next elastic section.

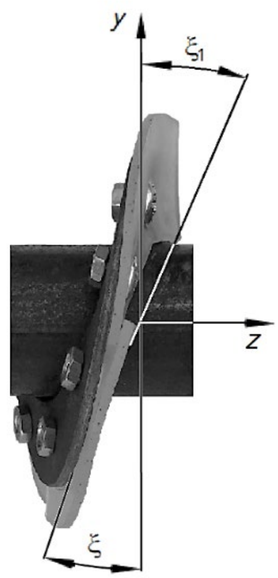


Fig. 4 – General view of position of adjacent elastic sections edges

The research results are necessary to prevent the impact interaction of loose material flow leaving the section edge with the rough base of the further screw turn where some metal joints are located which can cause the increased damage of material.

Let’s analyze some loose material flow motion in case when there are some overhangs on the screw surface caused by edges overlapping of adjacent elastic sections (Fig. 5).

Figure 5 contains the following symbols: h – height of position of external blade edge above the lower blade; $R_к$ – jacket radius; N_1 – screw response on the load; F_1 – friction force caused by reaction N_1; N_2 – jacket response on the load; F_2 – friction force caused by reaction N_2; μ_1 – load friction coefficient on screw surface; μ_2 – load friction coefficient on jacket surface; χ – direction angle of load particle motion against jacket; ψ – angular position of load particle in its rotational motion; z – longitudinal coordinate of the particle along the jacket axis.

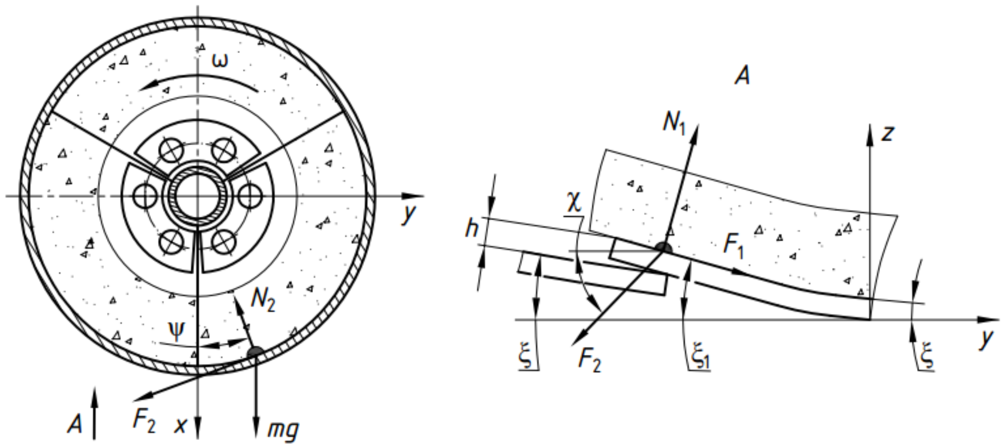


Fig. 5 – Forces acting on an elementary particle of loose cargo flow

We extract an elementary part of loose material which is simultaneously touching the jacket and the screw. Then we define the forces acting on this part and on their basis we set up the equation of its motion. On the jacket side a reaction is taking place on the elementary particle of the flow which is perpendicular to its surface N_2, and friction force F_2, directed at the side opposite to the direction of particles motion against the jacket. Jacket's reaction is determined by the vector sum of forces obtained from the force of weight of material flow particle and centrifugal force caused by rotation. The particle is also influenced by the screw blade surface N_1 which is perpendicular to the screw surface in the contact point and correspondent force of friction F_1 acting in the direction opposite to the flow motion against the screw conveyor, i.e. tangentially to the screw edge.

The equation of motion of a certain particle of load with mass m transported by horizontal screw conveyor can be written as a system of equations

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = N_1\cos\xi - F_1\sin\xi - F_2\sin\chi\,; \qquad (14)$$

$$mR_к \frac{d^2\theta}{dt^2} = N_1 \sin\xi + F_1 \cos\xi - F_2 \cos\chi\,; \tag{15}$$

$$N_2 = mg\cos\psi + mR_к\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2; \tag{16}$$

$$F_1 = \mu_1 N_1\,; \tag{17}$$

$$F_2 = \mu_2 N_2\,. \tag{18}$$

The following geometrical dependences can be written between the directions of particle motion and screw conveyor geometry at its rotation with angular velocity ω

$$\mathrm{tg}\chi = \frac{\dot z}{R_к\dot\psi}; \tag{19}$$

$$\mathrm{tg}\xi = \frac{\dot z}{R_к(\omega - \dot\psi)}. \tag{20}$$

To solve the system of equations (14) - (20) we use transformations and substitutions to get rid of the unknown force and express all parameters in the terms of value of angle ψ. At first the system looks like

$$m\ddot z = N_1(\cos\xi - \mu_1\sin\xi) - \mu_2\left(mg\cos\psi + mR_к\dot\psi^2\right)\sin\chi\,; \tag{21}$$

$$mR_к\ddot\theta = N_1(\sin\xi + \mu_1\cos\xi) - \mu_2\left(mg\cos\psi + mR_к\dot\psi^2\right)\cos\chi\,. \tag{22}$$

The differential equation of material particle motion for variable ψ will eventually have the form

$$\ddot\psi + \dot\psi^2 A + B\cos\psi = 0\,. \tag{23}$$

In this equation the coefficients *A* and *B* are found by the following dependencies

$$A = \mu_2\left[\cos(\chi+\xi) - \mu_1\sin(\chi+\xi)\right]; \tag{24}$$

$$B = \frac{\mu_2 g}{R_к}\left[\cos(\chi+\xi) - \mu_1\sin(\chi+\xi)\right]\cos\xi\,. \tag{25}$$

While some loose material flow is moving it's necessary that centrifugal force is bigger than weight force. Otherwise, the flow particles won't move constantly, and their overflow and mixing will take place which will spoil badly the whole picture of flow transportation. Thus, this will be obtained under conditions

$$\dot{\psi} > \sqrt{\frac{g}{R_к}}\ . \tag{26}$$

The equation (23) is a second-order nonlinear differential equation whose analytical solution is impossible and we must use a numerical method of such equations integration, namely Runge-Kutta method.

The important moment of motion is separation of a particle of the material flow from the external blade overhang and free motion of the flow on the jacket surface till the moment of contact with the next screw blade.

Separation of a flow particle from the blade surface is taking place at angle $\xi_1 > \xi$, which is defined by the geometry of adjacent blades relative position (Figure 4). Here the velocity of material flow against the screw surface due to the negligible change of angle ξ_1 remains steady. The value of linear velocity of relative motion V of material flow is found from the kinematic dependence

$$V \sin\xi = \dot{z}\ . \tag{27}$$

Therefore, at angle change of flow descending off the overhang

$$V \sin\xi_1 = \dot{z}_1\ . \tag{28}$$

Thus, the velocity values of loose material flow motion while descending off the overhang and taking into account the equations (19, 20) and (27, 28), are calculated by the formulae

$$\dot{z}_1 = \dot{z}\frac{\sin\xi_1}{\sin\xi}\ ; \tag{29}$$

$$\dot{\psi}_1 = \dot{\psi}\frac{\cos\xi_1}{\cos\xi} + \omega\left(1 - \frac{\cos\xi_1}{\cos\xi}\right). \tag{30}$$

Free motion of particles on the jacket surface in case of separation from the blade is written in the form of two second-order differential equations

$$m\frac{d^2 z}{dt^2} = -F_2 \sin\chi\ ; \tag{31}$$

$$mR_{\kappa}\frac{d^2\psi}{dt^2} = -F_2\cos\chi - mg\sin\psi\,, \tag{32}$$

with initial conditions at the beginning of loose material leaving the section edge

$$\dot{z}(0) = \dot{z}_1\,, \qquad z(0) = z_1 + h\,,$$

where h – the value of overhang of external section edge above the internal surface

$$\dot{\psi}(0) = \dot{\psi}_1; \qquad \psi(0) = \psi_1; \tag{33}$$

$$\mathrm{tg}\chi = \frac{\dot{z}_1}{R_{\kappa}\dot{\psi}_1}\,.$$

After transformation we obtained

$$m\ddot{z} = -\mu_2\left(mg\cos\psi + mR\dot{\psi}^2\right)\sin\chi\,; \tag{34}$$

$$mR_{\kappa}\ddot{\psi} = -\mu_2\left(mg\cos\psi + mR_{\kappa}\dot{\psi}^2\right)\cos\chi - mg\sin\psi\,. \tag{35}$$

Free motion of material flow will take place until the moment of contact with one of the next screw blades. To calculate the moment and place of contact we assume that further part of screw surface is without any overhangs.

The condition of free motion of a flow particle on the screw jacket is described by the inequality

$$R_{\kappa}\omega t\,\mathrm{tg}\,\xi < z + R_{\kappa}\psi\,\mathrm{tg}\,\xi\,, \tag{36}$$

where the expression for the screw surface ascending at its rotation is on the right-hand side, integrated motion of the flow particle along the axis z and towards rotational motion. is on the left-hand side.

The material particle doesn’t touch the screw surface being in free motion when the inequality is satisfied. The values z and ψ are in the solution of the system of equations (34, 35) with correspondent initial conditions.

From the inequality (36) at solving the system of equations of motion at each step the satisfaction of the above-mentioned condition, the time when a particle stops free motion $t_2 \mathrm{t}_2$, and also the value of axial movement of a flow particle z_2 are defined.

Therefore, it’s necessary to find the value of angle of screw relative turning and flow particle φ_2 till the moment of their next contact in time point t_2. Its value is found by the formula

$$\varphi_2 = \frac{z_2}{R_\kappa \operatorname{tg} \xi}. \tag{37}$$

While defining the impact of any interaction parameter on values N_o and N_k its value was changed within a certain range. The other parameters remained unchangeable, and their average values were substituted in formulae (12) and (13). It was found that the elasticity modulus of elastic section screw surface had the maximal impact on values N_o and N_k, i.e. the properties of material of which the section screw surface was made.

The second in importance after the above-mentioned elasticity modulus regarding impact depth on the value N_o are the initial angle of interaction of elastic section with the grain surface α_n, length of cantilever overhang of screw elastic edge l and inclination angle β of elastic section screw surface.

The increase of a grain radius r_c results in increase both N_o and N_k.

Design parameters of trapezoid elastic section, namely the parameters a and b have minimum impact on values N_o and N_k.

As for the centrifugal force N_k, the inclination angle β of elastic edge screw surface is second in importance after modulus of elasticity with regard to the impact power on its value.

Thus, within the boundaries of parameters values range change for the axial force N_o its increase is as follows: for E – 5 times increase; for α_n, – 2.34 times increase; for r_c – 1.79 times increase; for b– 1.42 times increase; for a –1.27 times increase. The decrease of value N_o is as follows: for l – 1.49 times decrease; for β – 1.15 times decrease.

For the centrifugal force N_k its increase is as follows: for E – 5.12 times increase; for β – 2.88 times increase; for α_n – 2.32 times increase; for r_c – 1.79 times increase; for b – 1.4 times increase; for a – 1.32 times increase. The decrease of value N_o is only for l – 1.33 times decrease.

For the given boundaries of interaction parameters values for the central point where plots are met the axial force value N_o is 2.76 times larger than the centrifugal force value N_k.

To analyze the obtained dynamic model (formulae 14 – 37) the program based on the language Delphi has been developed. The program helped to determine the numerical characteristics and to plot parameters of the flow free motion versus the change of main coefficients of the mathematical model.

The aim of the analysis was to find the positive effect of mathematical model parameters on free motion of loose material flow. The results of modelling are shown on Figures 6 - 11. Each plot shows the effect of a certain parameter on the x-axis. Here, on y-axis of the plot time t_p and path l_p are shown of material particle free motion till its contact with the next section.

The plot on Figure 6 shows that the increase of helix angle of screw base screw surface ξ results in decrease of distance covered l_p and, correspondingly, time t_p of free motion of particles till the contact with the next section due to the decrease of velocity of loose material flow against the screw surface as exemplified by the analysis of dependency (20). So, the increase of value ξ from 10° to 30° causes the 4.2 times shorter path l_p and 3.1 times less time t_p.

Figure 7 presents plots t_p and l_p versus friction coefficient of loose material on the screw elastic sections μ_1.

Similar to the previous case, increase of value μ_1 results in decreased values t_p and l_p. Thus, the increase of friction coefficient value μ_1 from 0.2 to 0.8 results in 1.6 times shorter path l_p and 1.09 times increase of time t_p.

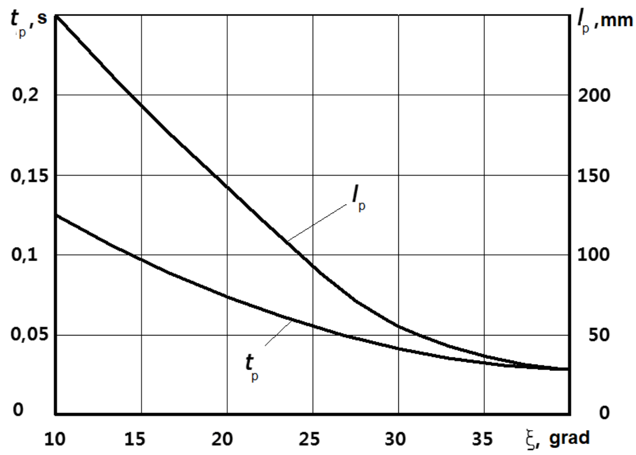


Fig. 6 – Dependencies t_p and l_p versus helix angle ξ of screw base screw surface

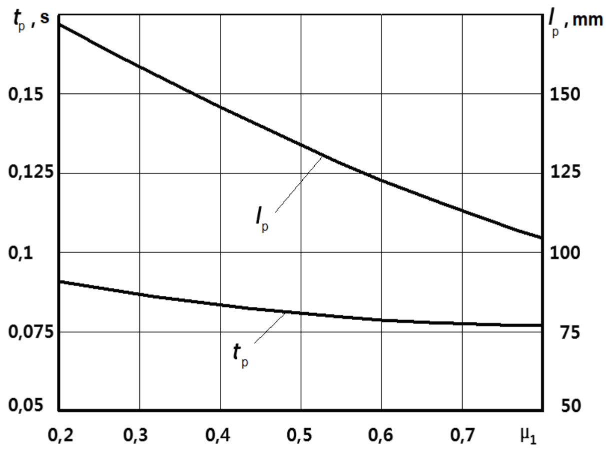


Fig. 7 – Dependencies t_p and l_p versus material friction coefficient μ_1 on screw elastic sections

Figure 8 presents plots t_p and l_p versus friction coefficient of loose material on the jacket internal surface μ_2.

Analysis of plots data shows that decreasing tendency of values t_p and l_p at increasing friction coefficient μ_2 is the same as in the previous case but the impact force is much bigger. Increase of friction coefficient μ_2 from 0.2 to 0.8 results in 2.1 times decrease of path l_p, and 1.5 times decrease of time t_p.

The following parameters have the opposite effect on the values t_p and l_p behavior.

Figure 9 presents plots t_p and l_p versus rotation frequency *n* of screw operating device. Rotation frequency *n* increase results in significant increase of value l_p due to the increase of velocity of particle's rolling off the external blade edge.

Thus, increase of value *n* from 200 to 800 rev/min results in approximately 5 times increase of value l_p.

In this case, time t_p is not changing greatly. It can be explained by the increase of angular velocity of screw rotation in such a way that the next section has approximately the same period of time to approach the flow particles.

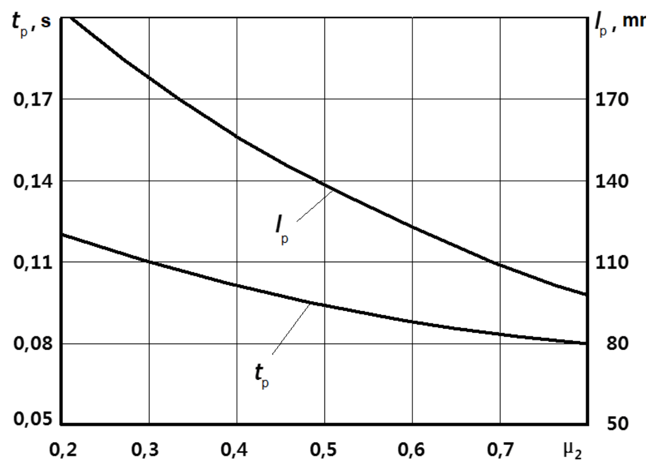


Fig. 8 – Dependencies t_p and l_p versus friction coefficient μ_2 of material on the jacket surface

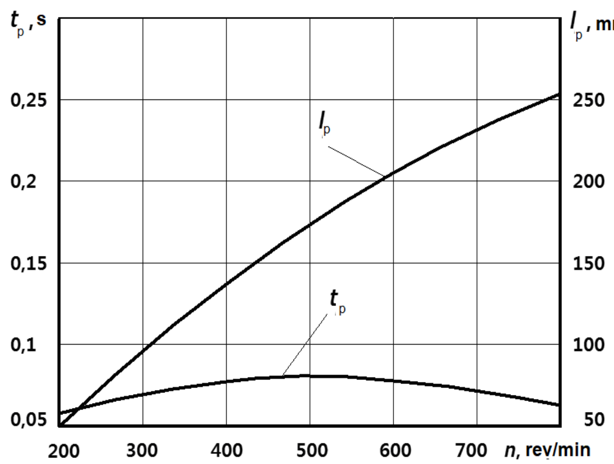


Fig. 9 – Dependencies t_p and l_p versus rotation frequency *n* of screw operating device

Figure 10 presents plots t_p and l_p against height *h* external blade edge position above the lower blade.

It was found that the given parameter has a little influence on the flow free motion, but the increased value *h* causes the increase of values t_p and l_p. In fact, time difference is proportional to the time of screw rotation by value h. Thus, increase of value h from 0.5 to 0.35 mm causes the 1.24 times increase of l_p and 1.14 times increase of t_p.

Figure 11 presents plots t_p and l_p versus material convergence angle which is determined by the inclination angle of external section edge ξ_1.

Unlike the previous case the change of inclination angle ξ_1 of external section edge greatly affects the value t_p and l_p. So, the increase of angle value ξ_1 from 25° to 45° results in 3.53 times longer path l_p and 3.16 times increase of time t_p.

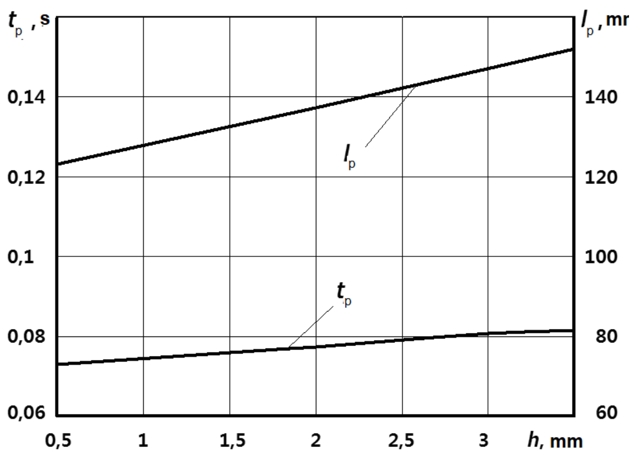


Fig. 10 – Dependencies t_p and l_p versus height h of external blade edge position above the lower blade

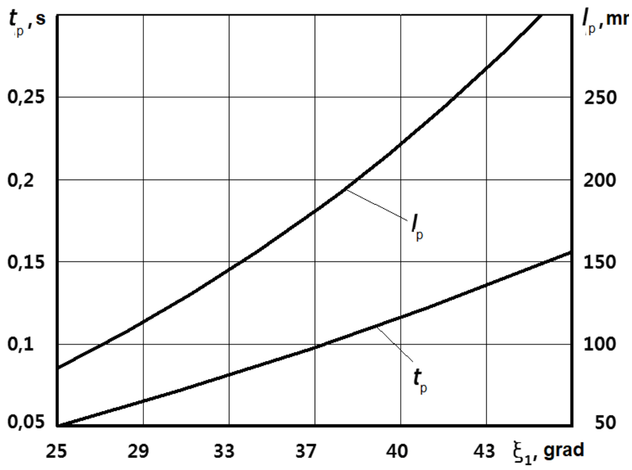


Fig. 11 – Time dependencies t_p and l_p versus inclination angle ξ_1 of external section edge

Analysis of diagrams on Figures 6 – 11 allows to evaluate the impact of each parameter of the system on the loose material flow behavior at its passing through the obstacle like a step between the screw plates.

CONCLUSIONS

The most efficient parameters of elastic sections interactions with the grain material of hemisphere-cone shape have been substantiated on the basis of obtained analytical dependencies.

The impact depth of interaction parameters of screw elastic section and a corn grain on the values of axial N_o and centrifugal force N_k has been determined. It was found that elasticity modulus of screw elastic section has the maximal impact on the values N_o and N_k. The second in importance on the value N_o are the initial angle of interaction of screw elastic edge with grain surface, length of cantilever overhang of screw elastic section and its inclination angle.

As for the centrifugal force N_k, the second in importance after the elasticity modulus regarding impact depth on its value is the inclination angle of elastic section screw surface.

The impact of elastic screw design and kinematic parameters on the loose material flow behavior in the area between the adjacent sections which are overlapped has been determined.

On the basis of obtained analytical dependencies and their analysis we came to the conclusion that the increase of friction forces both on the screw surface μ_1 and jacket surface μ_2 results in decrease of time t_p and path l_p of particles free motion of loose material flow. The increase of friction coeficient value μ_1 from 0.2 to 0.8 causes the 1.6 times shorter path l_p and 1.09 less time t_p. The increase of friction coeficient value μ_2 from 0.2 to 0.8 causes the 2.1 times shorter path l_p and 1.5 less time t_p.

The increase of screw helix angle ξ results in shorter path l_p and time t_p due to the decrease of loose material flow velocity against the screw surface. The increase of screw helix angle ξ from 10° to 30° results in 4,2 times shorter path l_p and 3,1 times more time t_p.

The change of rotation frequency of operating device n from 200 to 800 rev/min causes the 5 times increase of path l_p of particle free motion. In this case, the time of the particle free flight t_p does not change greatly, and it can be explained by the increase of angular velocity of screw rotation, so that the next section is able to approach the flow particles in approximately the same period of time.

It was found that height h of external section free end position over the lower section has a negligible effect on material flow though the increase of value h causes the increase of values of time t_p and path l_p.

Increase of value of inclination angle of external section edge ξ_1 from 25° to 45° results in 3.53 times longer path l_p and 3.16 times more time t_p.

SECTION 5. PHYSICS

5.1 Дослідження режимів роботи і методика розрахунку вакуумних систем гідроенергетичних і водогосподарських об'єктів

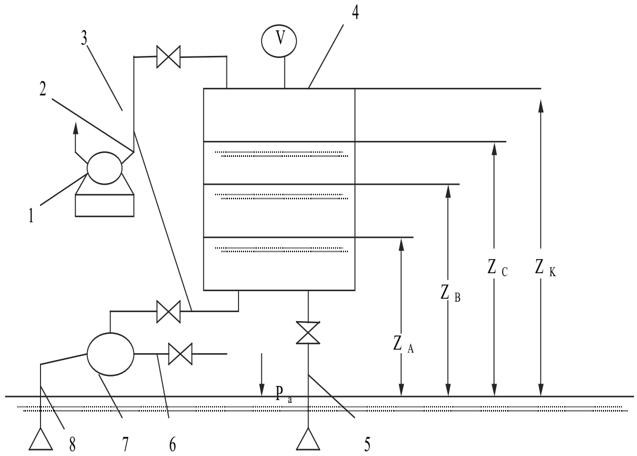
Успішна експлуатація автоматизованих насосних станцій (АНС) залежить від підтримання їх основного та допоміжного обладнання у справному стані, роботи насосів у режимах високих к.к.д., дотримання контролю за витратою насосів, впровадження засобів автоматики і телемеханіки. Ефективним видом заливу та подальшого підтримання у залитому стані відцентрових насосів автоматизованих насосних станцій є використання вакуумних систем.

Кожна сучасна насосна станція є гідроенергетичним вузлом, що складається із гідротехнічних, енергетичних і будівельних споруд, гідромеханічного і енергетичного обладнання [122]. Вакуумні системи належать до допоміжного обладнання АНС, але забезпечують безперебійну роботу основних насосних агрегатів, отже вивчення їх технологічних процесів є актуальним питанням.

Об'єктом досліджень є робочі цикли вакуумних установок, а предметом досліджень – конструкції вакуумних установок, тривалість робочого циклу вакуум-систем та вплив параметрів вакуумної установки на характер її роботи. При вивченні технологічних процесів вакуумних установок використовувався метод експериментальних досліджень, а при обробці отриманих матеріалів – методи математичної статистики, фізичного та математичного моделювання.

Метою досліджень є удосконалення існуючих та розробка нових аналітичних та чисельних методик розрахунку технологічних процесів вакуумних систем АНС та розробка нових пристроїв для заливу відцентрових насосів. Для досягнення поставленої мети були сформульовані такі задачі: проаналізувати та удосконалити моделі і методи аналітичних та чисельних розрахунків робочих циклів вакуумних установок; розробити на ЕОМ програми розрахунку робочих характеристик вакуум-насосів або ежектора; виконати експериментальне визначення розрахункових параметрів робочого циклу вакуумної системи і експериментальну перевірку запропонованих методик розрахунку; провести оцінку впливу характеру та розмірів окремих елементів вакуум-системи на її технологічний процес та дати відповідні рекомендації з метою збільшення тривалості часу роботи вакуумної установки.

На малюнку 1 наведена конструкція експериментальної установки [129].



Малюнок 1. Розрахункова схема вакуумної установки:
1 - вакуумний насос; 2 - усмоктувальна лінія вакуумного насоса;
3 - комунікація, що відводить повітря із корпусу відцентрового насоса у вакуумний котел; 4 - вакуумний котел; 5 - живильна труба вакуумної установки; 6 - напірна труба відцентрового насоса; 7 - відцентровий насос;
8 - усмоктувальна лінія відцентрового насоса

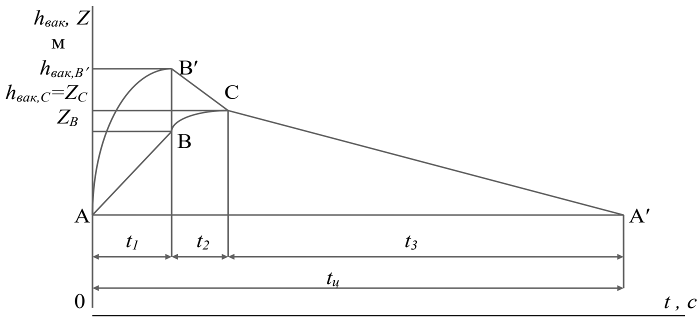
Розроблено методику проведення досліджень для зняття робочих характеристик вакуум-насоса та ежектора і параметрів робочого циклу вакуумної системи та методику досліджень для визначення впливу заливу вакуумного насоса на його робочу характеристику, а також для визначення витрати повітря, підсмоктаного до вакуум-системи. Експериментально були отримані характеристики вакуумної установки.

Залежність для перерахунку об'ємної витрати повітря *(Q)*, підсмоктаного у вакуумний котел, у координати масової витрати *(G)*, описується лінійною залежністю

$$G=\alpha-\beta\cdot h_{вак}, \qquad (1)$$

де $h_{вак}$ – вакуум у вакуумній системі, м; α, β - емпіричні коефіцієнти.

Основною характеристикою роботи вакуум-системи є її робочий цикл (малюнок 2). *Робочий цикл вакуумної системи* – це назва технологічного процесу, під час якого робочі та резервні насоси насосної станції з допомогою вакуумних систем перебувають у готовності до пуску, тобто у залитому стані.



Малюнок 2. Графік робочого циклу вакуумної установки

Складається цей цикл, як правило, з трьох характерних періодів:

- період роботи вакуум-насоса, коли вакуум зростає від $h_{вак,A}=Z_A$ до $h_{вак,B'}$, а рівень води у вакуум-котлі (за рахунок відкачування повітря) збільшується від відмітки Z_A до Z_B;

- період добігання рівня води у вакуумному котлі до свого максимуму, коли при відключеному вакуум-насосі рівень води за рахунок підсмоктуючої сили вакууму продовжує збільшуватися від Z_B до Z_C, а вакуум, навпаки, внаслідок підсмоктування до вакуум-котла повітря зменшується від $h_{вак,B'}$ до $h_{вак,C}=Z_C$;

- період спрацювання рівня води і вакууму у котлі, коли за рахунок підсмоктування повітря із зовні та газовиділення всередині установки вакуум і рівень води у котлі одночасно знижуються від $h_{вак,C}=Z_C$ до $h_{вак,A}=Z_{A'}=Z_A$.

Тривалість кожного із вищеназваних періодів становить відповідно t_1, t_2 та t_3, а тривалість усього робочого циклу $t_ц=t_1+t_2+t_3$.

Щодо шляхів збільшення тривалості робочого циклу вакуумної установки, то вони у більшості випадків пов’язані із додатковими затратами енергії або коштів. Так, наприклад, збільшення висоти і площі вакуумного котла і площі живильної труби вимагає додаткових капіталовкладень [124]. Але, з іншого боку, збільшення тривалості робочого циклу зменшує спрацювання обладнання установки і витрати енергії при її експлуатації. Тому вибір оптимальних розмірів вищеназваних елементів вакуумної системи є інженерно-економічною задачею. Результати експериментальних досліджень представлені у таблиці 1.

Таблиця 1

Вплив параметрів вакуумної установки на тривалість її робочого циклу

Параметр	t_1+t_2, с	$t_ц=t_1+t_2+t_3$, с	$h_{вак\ B}$', м	Z_B, м	$h_{вак,C}=Z_C$ м
Z_A= 3,0 м	88	1020	6,06	3,50	3,85
3,2	80	945	6,40	3,72	4,07
3,4	76	865	6,75	3,94	4,21
3,6	70	780	7,13	4,16	4,53
d= 50 мм	60	855	6,65	3,36	3,65
81,5	49	945	6,40	3,72	4,07
200	30	1245	4,60	4,39	4,25
t_1= 15 с	39	615	5,28	3,41	3,68
30	56	945	6,40	3,72	4,07
45	60	1175	7,13	4,07	4,06
60	65	1330	7,59	4,43	4,40

Наприклад, із збільшенням початкового рівня води Z_A від 3,0 до 3,6 м, тобто із зменшенням повітряного прошарку у вакуум-котлі (Z_K=4,56 м=const), час робочого циклу скорочується від 1020 до 780 с. Отже, доцільно назначати відмітку початкового рівня по-можливості більш низькою, але не нижче відмітки верхів корпусів відцентрових насосів, розміщених під заливом. Збільшення діаметра (а відповідно і площі поперечного перерізу) живильної труби d від 50 до 200 мм (внаслідок збільшення притоку води у вакуумний котел) призводить до зменшення другого періоду робочого циклу вакуум-системи, але помітно збільшується тривалість циклу $t_ц$ від 855 до 1245 с [127].

Збільшення площі поперечного перерізу S_K вакуум-котла від 0,3 до 0,9 м^2 призводить до збільшення тривалості $t_ц$ від 676 до 993 с. Очевидно, що із збільшенням об’єму котла тривалість циклу збільшується, що пояснюється більшим об’ємом повітряного прошарку вакуумного котла. Але, оскільки вартість котла при цьому також збільшується, то питання про розміри котла потрібно вирішувати на основі техніко-економічного порівняння варіантів.

При збільшенні часу роботи вакуумного насоса у робочому циклі t_1 від 15 до 60 с, спостерігалося збільшення тривалості робочого циклу $t_ц$ від 615 до 1330 с [127]. Це пояснюється тим, що за більший проміжок часу рівень води у вакуум-котлі підніметься на вищу відмітку, а швидкість спадання рівня води при подібних умовах експлуатації вакуумної установки буде практично однаковою.

Збільшення коефіцієнта витрати живильної труби μ від 0,2 до 0,7 призводить до збільшення тривалості робочого циклу $t_ц$ від 807 до 964 с. Оскільки при усіх інших рівних умовах μ зростає разом із збільшенням діаметра труби і зменшенням її довжини, то живильну трубу доцільно встановлювати по-можливості більших поперечних перерізів і по-можливості більш короткою.

Розроблено на ЕОМ програми розрахунку робочих характеристик вакуум-насоса або ежектора, робочого циклу вакуумної системи АНС, оснащеної вакуум-насосом або ежектором із вертикальним та горизонтальним вакуум-котлами, часу заливу відцентрового насоса з урахуванням поздовжнього профілю усмоктувальної труби [127].

На основі проведених досліджень виконано порівняння робочих циклів вакуумних систем, оснащених вакуум-насосом або ежектором, із вертикальним або горизонтальним вакуум-котлами, що доводять перевагу використання вакуум-насосів та рівність тривалості робочих циклів вакуум-систем, оснащених вертикальним і горизонтальним вакуум-котлами. Проведено перевірку методики розрахунку часу заливу відцентрового насоса, яку виконано на діючій насосній станції меліоративно-екологічного комплексу базового господарства науково-навчально-виробничого центру “Світанок” в селі Бечаль Костопільського району Рівненської області [130].

Розглянемо енергоекономічне порівняння роботи вакуумних установок АНС, оснащених вакуумним насосом і ежектором. Для цього було проведено ряд досліджень робочих циклів вакуумної системи, оснащеної різними вакуум-насосами (РМК-2* та RV-550-01-EE) і ежектором із трьома змінними соплами з діаметрами 25, 30 і 35 мм. Результати досліджень наведено у таблиці 2. Крім того, було проведено ряд розрахунків на ЕОМ робочих циклів вакуумних систем, що оснащені іншими вакуумними насосами типу КВН, ВВН і РМК. Результати розрахунків також показані у таблиці 2.

Як видно із таблиці, при усіх однакових геометричних параметрах вакуумної системи та рівному часі роботи вакуум-насоса або ежектора, кращі енерго-економічні показники мають вакуумні насоси.

Таблиця 2

Енерго-економічні характеристики вакуумної системи у залежності від марки вакуум-насоса або діаметра сопла ежектора

Марка вакуум-насоса	Час робочого циклу, $t_Ц$, с	К-ть увімкнень обладнання за рік, *n,* шт.	Час роботи ел. двигуна, $t_{дв}$, год	Витрачена енергія, *E*, кВт·год	Вартість ел.енергії, *S*, грн/рік
вакуум- насоси					
КВН-8	562	56153	476, 94	1335, 4	173, 60
ВВН-1,5	968	32601	271, 68	1086,7	141, 27
ВВН-12	1240	25450	212, 08	4241, 6	551, 41
РМК-2*	840	37569	313, 08	3130, 8	407, 00
РМК-4	1223	25803	215, 03	15052, 1	1956,77
RV-550-01-EE	753	41910	349, 25	2619,4	340, 52
		ежектор			
сопло ∅ 25мм	272	115942	966, 18	16908,15	2198,06
сопло ∅ 30мм	416	75808	631, 73	11055,28	1437,19
сопло ∅ 35мм	373	84547	704, 56	12329,8	1602,87

Крім того, пуск ежектора потребує увімкнення відцентрового насоса, що подаватиме робочу рідину у камеру змішування ежектора. Цей насос, у свою чергу, теж потрібно постійно тримати під заливом, що потребує установки одного вакуумного насоса (це особливо актуально під час першого пуску).

Тому, при проектуванні систем заливу відцентрових насосів рекомендується встановлювати саме вакуум-насос.

Вакуумні установки насосних станцій, як правило, оснащені вертикальними вакуум-котлами, але інколи на насосних станціях влаштовують і горизонтальні вакуум-котли. Як приклад, можна навести вакуумну установку насосної станції підкачки “Ворзельський” Києво-Святошенського району Київської області. Тому було проведено спеціальне дослідження робочих процесів вакуумних установок із горизонтальними вакуум-котлами. Для об’єктивності та достовірності порівняння, а також для можливості співставлення результатів розрахунку, розміри вакуумних котлів були прийняті однаковими (D_K=0,8 м, l_K=1,8 м). Однаковими також приймалися об'єми повітряних прошарків у вакуумному котлі $V_П$=0,782 м^3 і початкові рівні води у вакуумних котлах (Z_A=3,106 м).

Результати аналізу свідчать про те, що тривалість робочих циклів у обох випадках компоновки вакуумних установок є практично однаковою (відповідно, 872,4 с – для горизонтального вакуум-котла і 876 с – для вертикального). Виконані дослідження свідчать про те, що обидва варіанти компоновки вакуумних систем з енергетичної точки зору є абсолютно однаковими, і перевага того чи іншого варіанту визначається лише умовами розмішення вакуумної системи у приміщенні насосної станції і зумовлюється вимогами розміщення основного та допоміжного обладнання.

Розроблено удосконалений метод визначення параметрів підсмоктаного повітря, сутність якого полягає у тому, що замість розв'язання системи із 3÷5 рівнянь, необхідно визначити середні значення масової витрати повітря $G'_{сер} = \frac{\sum_{i=1}^{n} G'_i}{n}$, і коефіцієнта $E_{сер}$: $E_{сер} = \frac{\sum_{i=1}^{n} E_i}{n}$.

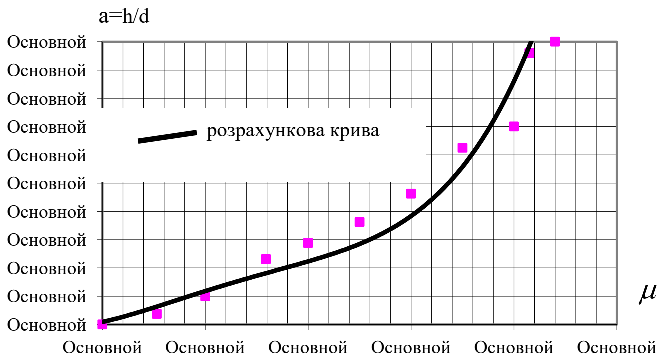
Після цього задаємося будь-яким із параметрів витрати повітря через нещільності вакуум-системи, що омиваються водою (ΔG) або через нещільності, що знаходяться у повітрі (S_H) – і визначаємо інший

$$S_H = \frac{G'_{сер} - \Delta G}{E_{сер}}. \tag{2}$$

Перевірка запропонованої методики показує, що похибка буде у межах точності розрахунку (близько 2%), якщо прийняти $\Delta G + S_H \cdot E = const = G'_{сер}$.

Розглянуто питання використання принципів подібності для перерахунку характеристик робочого циклу вакуумної установки із дотриманням виконання умов подібності натурних і модельних параметрів системи [126]. Описано методику визначення приведеної площі живильної труби $\mu \cdot S_T$. У результаті розрахунків було отримано середні значення Для кожної серії дослідів будуємо криву (рис.3). Користуючись цією кривою, можна побудувати графіки робочого циклу для будь-якої вакуумної установки, оснащеної живильною трубою, що має показник $\mu \cdot S_T$ менший, або рівний, ніж максимальне значення показника на малюнку 3, тобто менше, ніж $\overline{\mu} \cdot \overline{S}_T = 0{,}0116\, м^2$.

Крива $\mu = f(h/d)$ свідчить про те, що при зменшенні відкриття засувки коефіцієнт витрати μ спочатку зменшується дуже повільно, а потім швидкість зменшення його безперервно зростає і при відкритті $h/d=0$ коефіцієнт витрати також виявляється рівним нулю [125].



Малюнок 3. Крива $\mu = f(h/d)$

Виконана перевірка на вакуумній установці, оснащеній живильними трубами з діаметрами d_m=200 мм, d_m=81,5 мм і d_m=50 мм показала, що координати характерних точок графіків робочих циклів вакуумних систем, що порівнюються, практично співпали. Для визначення параметра приведеної площі живильної труби вакуум-котла отримано залежність

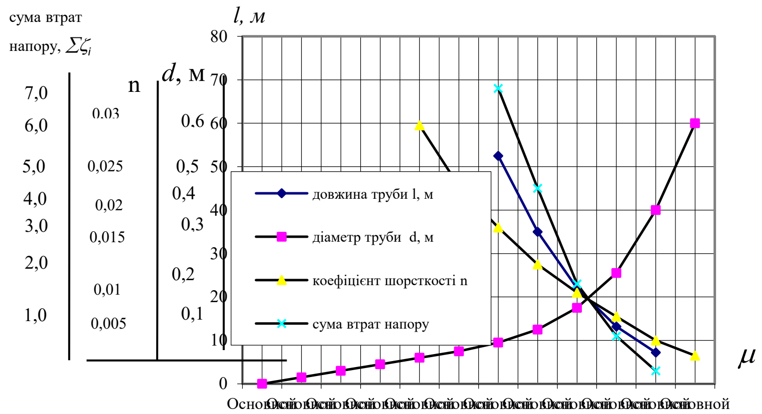
$$\mu \cdot S_T = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \sqrt{\frac{d^{4/3}}{124{,}5 \cdot l \cdot n^2 + d^{4/3} \cdot \sum \zeta_i}}, \tag{3}$$

де l - довжина труби, м; n - коефіцієнт шорсткості стінок труби; $\sum\zeta_i$ - сума коефіцієнтів місцевих опорів; d - діаметр труби, м.

Із отриманої формули видно, що із збільшенням діаметру труби d параметр $\mu \cdot S_T$ зростає, а при зростанні довжини труби l, коефіцієнта шорсткості стінок труби n та суми коефіцієнтів місцевих опорів $\sum\zeta_i$ - він, навпаки, зменшується. Оскільки при виведенні залежності не вводилися ніякі обмеження, то вона справедлива для будь-яких значень d, l, n та $\sum\zeta_i$ живильних труб вакуумних котлів. Після цього визначаємо, як впливає параметр $\mu \cdot S_T$ на такі показники, як тривалість робочого циклу $t_ц$, тривалість третього періоду спадання рівня води у вакуумному котлі t_3, вакууму $h_{вак,B'}$ та на рівні води у вакуум-котлі Z_B та Z_C .

Для більшої наочності на малюнку 4 наведено графіки залежності чотирьох вищеназваних параметрів робочого циклу від параметра $\mu{\cdot}S_T$.

Графіки свідчать про те, що зі збільшенням $\mu{\cdot}S_T$ вакуум $h_{вак,B'}$ знижується, а рівень Z_B, навпаки, зростає. У границях різниця ($h_{вак,В}$-Z_B) прямує до нуля. Взаємне наближення $h_{ВАК,B'}$ та Z_B призводить до скорочення тривалості другого періоду (t_2) у робочому циклі.



Малюнок 4. Графіки залежності l, n, d та $\sum\zeta_i$ від коефіцієнта витрати μ

Вертикальними перерізами графіків на малюнку 4 отримуємо дані для побудови графіків робочого циклу.

Побудовані графіки залежності параметрів l, d, n та $\sum\zeta_i$ від коефіцієнта витрати живильної труби μ свідчать про те, що із збільшенням l, n та $\sum\zeta_i$ коефіцієнт витрати живильної труби зменшується, а з малюнка 4 випливає, що із зменшенням μ тривалість робочого циклу вакуумної установки при постійній тривалості роботи вакуум-насоса також зменшується, що призводить до збільшення енергоємності робочого процесу вакуумної установки. Отже, для економії при експлуатації вакуумної установки довжину живильної тр
коефіцієнт шорсткості і коефіцієнт місцевих опорів слід якомога зменшува

REFERENCE

1. Всехсвятский С. К. Природа і походження комет і метеорноїречовини. М., 1967.

2. Чурюмов К. І. Комети і їх спостереження. М., 1980.

3. Марочник Л. С. Побачення з кометою. М., 1985.

4. Всехсвятский С.К. Физические характеристики комет/ Москва. - Физматгиздат. 1958. - 575 с.

5. CometBase [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://195.209.248.207/ru/news/64

6. Емельяненко В.В. Разложение вековой и резонансной части возмущающей функции в теории движения долгопериодических комет. // Письма в Астрономический журнал. Т. 17. - С. 857-864.

7. Альвен Х. Эволюция Солнечной системы / Х. Альвен, Г. Аррениус. – М.: Мир, 1979. – 511 с.

8. Шмидт О.Ю. О происхождении комет / О.Ю. Шмидт // ДАН СССР. – 1945. – Т.49,№6. – С.413-416.

9. Cameron A.C.W. Formation of the Solar Nebula / A.C.W Cameron // Icarus. – 1963. – V. 18. – № 1. – P. 339–342.

10. Hills J.G. On the process in the formation of the planets and comets / J.G. Hills // Icarus. – 1973. – V.18,№ 3. – P. 505–522.

11. Давыдов В.Д. О возможном механизме происхождения периодических комет / В.Д. Давыдов // Космич. исслед. – 1981. – Т. 19, № 5. – С. 749–762.

12. Калиничева О.В. Динамическая связь комет с планетами: Монография / О.В. Калиничева, В.П. Томанов. – Вологда: ВГПУ, издательство, 2008. – 190 с.

13. Чепурова В.М. Расторгуев А.С., Цицин Ф.А. О возможном источнике короткопериодических комет // Астрон. Циркуляр. – 1985. – № 1378 – С. 1-4.

14. Казимирчак-Полонская Е.И. Эволюция орбит короткопериодических комет на интервале 1660-2060рр. и роль внешних планет в этой эволюции // Астрон. журн. – 1967. – 4. вып. 2. – С. 439-460.

15. Казимирчак-Полонская Е.И. Захват комет Юпитером и некоторые закономерности в вековой эволюции кометных орбит // Астрометрия и небес.механика. – 1978. – вып. – С. 340-383.

16. Казимирчак-Полонская Е.И. О роли Нептуна в преобразованиях кометных орбит и о происхождении комет // Астрометрия и небес.механика. – 1978. – вып. – С. 384-417.

17. Гулак Ю.К. Соизмеримости и макроквантовые явления в Солнечной системе I Проблема, принципы, модель. – Киев, 1986. – 27 с. – (Препринт / АН УССР Ин-т теорет. физики; ИТФ-86-91Р)

18. Гулак Ю.К. Соизмеримости и макроквантовые явления в Солнечной системе II Стабильные механические структуры. – Киев, 1986. – 28 с. – (Препринт / АН УССР Ин-т теорет. физики; ИТФ-86-92Р).

19. Hannibal GB. It started with Einthoven: the history of the ECG and cardiac monitoring // AACN Adv. Crit. Care. — 2011. — Vol. 22, № 1. — P. 93-96.

20. Tashchuk VK. Electrocardiography. The art of treatment.- 2009.- N 6.- p.78-81

21. Available from: https://litfl.com/qt-interval-ecg-library/

22. Kelapio M et al. Guidelines for monitoring the QTc interval and management of patients with drug-resistant tuberculosis who are taking drugs that cause QT interval prolongation. 2018

23. Svitlyk YO Dynamics of QTc interval indicators and QT dispersion and prognostic value for patients with ischemic heart disease in background of epidural anesthesia with usage of local anesthetic medicine of emergency conditions. 6 ;(61); 2014

24. Kiyak Yu, Onischuk Yu et al. Assessment of changes in the QT interval during electrocardiographic examination in patients with acute coronary syndrome who consume excessive doses of alcohol Crimean Therapeutic Journal. 2010. 2;p. 247-249

25. Gorlishchev VP, Kalinin NA Method of correction of the electrocardiographic interval taking into account the heart rate. Management problems. 2016; 6; p. 65-70

26. Megan Rischall Screening for QT Prolongation in the Emergency Department: Is There a Better "Rule of Thumb?" The western journal of emergency medicine 2020; 21(2):226-232

27. Available from : http://areatu.blogspot.com/2013/10/qt.html

28. Wolf MM, Varigos GA, Hunt D. Sloman JG. Sinus arrhythmia in acute myocardial infarction. Med J Australia 1978; 2:52-3

29. Heart rate variability. Standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use. Available from: https://www.escardio.org/static-file/Escardio/Guidelines/Scientific-Statements/guidelines-Heart-Rate-Variability-FT-1996.pdf

30. Van den Berg M.E. et al. Normal Values of Corrected Heart-Rate Variability in 10-Second Electrocardiograms for All Ages // Front Physiol. 2018;9:424. doi: 10.3389/fphys.2018.00424

31. Kovalenko. Guidelines for cardiology. MORION, 2009. - 1368 p.

32. Available from: https://compendium.com.ua/uk/glava-4-variabelnist-sertsevogo-ritmu-fiziologichni-mehanizmi-metodi-doslidzhennya-klinichne-i-prognostichne-znachennya/]

33. Casolo GC, Stroder P, Signorini C et al. Heart rate variability during the acute phase of myocardial infarction. Circulation 1992; 85: 2073-9

34. Möller CS , Zethelius B , Sundström J , Lind L. Persistent ischaemic ECG abnormalities on repeated ECG examination have important prognostic value for cardiovascular disease beyond established risk factors: a population-based study in middle-aged men with up to 32 years of follow-up. Heart. 2007; 93 (9), pp. 1104-1110

35. Rautaharju PM , Ge S, Nelson JC , Marino Larsen EK et al.Comparison of mortality risk for electrocardiographic abnormalities in men and women with and without coronary heart disease (from the Cardiovascular Health Study) Am J Cardiol. 2006; 97 (3), pp. 309-315

36. Kumar A , Lloyd-jones DM. Clinical significance of minor nonspecific St-segment and T-wave abnormalities in asymptomatic subjects: a systematic review Cardiol Rev. 2007;15 (3), pp. 133-142

37. Istolahti T. et al. Long-term prognostic significance of the ST level and ST slope in the 12-lead ECG in the general population // J Electrocardiol. 2020;58:176-183. doi: 10.1016/j.jelectrocard.2019.12.010

38. Hodnesdal C, Prestgaard T, Erikssen G, Gjesdal R, Kjeldsen SE, Liestol K, et al. Rapidly Upsloping ST-segment on Exercise ECG: A Marker of Reduced Coronary

Heart Disease Mortality Risk. Eur J Prev Cardiol. 2013;20(4):541-8. doi: 10.1177/2047487312444370

39. Available from: https://litfl.com/st-segment-ecg-library/

40. Tashchuk VK. Ivanchuk PR et al. Construction of software for quantitative evaluation of electrocardiography: possibilities and research of T wave. Clinical Anatomy and Operative Surgery. 2015. 14(4):10-16 DOI: 10.24061/1727-0847.14.4.2015.2

41. Tashchuk VK, Naida I.T. Differentiated electrocardiography as a criterion for diagnosis of ischemic heart disease and hypertension // Mater. All-Ukrainian scientific-practical conf. "Achievements and prospects of internal medicine".- Ternopil, 2008. - p. 59-61

42. Styvens SS, editor. Matematyka, yzmerenye y psykhofyzyka. Eksperymentalnaia psykholohyia. M; 1960: 19–89.

43. Sydorenko EV. Metody matematycheskoi obrabotky v psykholohyy, SPb: Rech; 2001. 350 p. http://umo.edu.ua/images/content/aspirantura/zabezp_discipl/sidorenko.pdf

44. Jhangiani RS., Chiang IA., Cuttler C., Leighton D. Research Methods in Psychology, 4th Edition. Kwantlen Polytechnic University. 2019. 432 p. https://kpu.pressbooks.pub/psychmethods4e/

45. Dr. Jacqueline S. McLaughlin Chi-Square Test. [Internet]. Access: http://www2.lv.psu.edu/jxm57/irp/chisquar.html

46. Weisstein E. Fisher's Exact Test. [Internet]. Access: http://mathworld.wolfram.com/FishersExactTest.html

47. Noordzij M., van Diepen M., Caskey F.C., Jager K.J. Relative risk versus absolute risk: one cannot be interpreted without the other. Nephrology, Dialysis, Transplantation. 2017; 32: ii13–ii18.

48. Lapach SN., Chubenko AV., Babych PN. Statisticheskie metody v medico-biologicheskih issledovsniyah s ispolzovaniem Excel, K.:Morion. 2001, 408 p.

49. Ivanchuk MA., Ivanchuk PR. Normalnyi zakon rozpodilu v medychnykh doslidzhenniakh. Medychna informatyka ta inzheneriia. 2013 (1):48-52 https://doi.org/10.11603/mie.1996-1960.2013.1.419

50. Leonenko M.M., Mishura Yu.S., Parkhomenko V.M. and Yadrenko M.Ya. Theoretical-probabilistic and statistical methods in econometrics and financial mathematics. Informtekhnika, Kyiv, 1995. 380 p. [In Ukrainian]

51. Ito K. Brownian Motions on a Half Line. / K. Ito, H. McKean // Illinois Journal of Mathematics, 7, 1963. – P. 181-231.

52. Gikhman I.I. and Skorokhod A.V. Stochastic Differential Equations. Springer-Verlag, New York, Heidelberg, 1972. 354 p.

53. Gikhman I.I. and Skorokhod A.V. Stochastic differential equations and their applications. Naukova dumka, Kyiv, 1982. 612 p. [In Russian]

54. Makhno S.Ya. Stochastic Equations. Limit Theorems. In series "Problems and Methods: Mathematics, Mechanics, Cybernetics." Vol. 6. Naukova dumka, Kyiv, 2012. 434 p. [In Russian]

55. Krykun I.H. A limit theorems for stochastic equations. LAP LAMBERT Academic Publishing, Saarbrucken, 2017. 140 p. [In Ukrainian]

56. Harrison J.M. On Skew Brownian Motion. / J.M. Harrison, L.A. Shepp. // The Annals of Probability, 9, 1981. – P. 309-313.

57. Krykun I.H. The Arc-Sine Laws for the Skew Brownian Motion and Their Interpretation / I.H. Krykun // Journal of Applied Mathematics and Physics, № 6, 2018. – P. 347-357.

58. Kulishov, S.K.: Heart Electrical Instabilities: Some Mechanisms by Topology, Symmetry, Spin, Semiotics; Diagnosis. Global Journal of Medical Research: K Interdisciplinary 20(6/1), 23-29 (2020).

59. Kulishov, S.: Modeling of cardiac arrhythmias and blockades as the unity of fractal and anti-fractal antonyms. International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences 13, 35-39 (2019).

60. Kulishov, S.: Mathematical Modeling of Heart Electrical Instabilities by using Topology, Convex Analysis, Conceptual Spaces, Graph Theory. In: Proceedings

of Mathematics and Computers in Science and Engineering, MACISE, 2019; 19–21 January 2019; Madrid, Spain; IEEE Computer Society; Conference Publishing Services; 2019, December 30; The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., BMS Part Number: CFP19S31-ART; ISBN-13: 978-1-5386-9204-2; p. 5-9 (2019), DOI: 10.1109/MACISE.2019.00008 (2019).

61. Bharat K Kantharia, Arti N Shah, Arun Chutani, by Mikhael F El-Chami, by Chief Editor Mikhael F El-Chami, Sinus Node Dysfunction. Medscape https://emedicine.medscape.com/article/158064-overview

62. Epstein AE, DiMarco JP, Ellenbogen KA, et al.: for the American College of Cardiology Foundation, American Heart Association Task Force on Practice Guidelines, et al. 2012 ACCF/AHA/HRS focused update incorporated into the ACCF/AHA/HRS 2008 guidelines for device-based therapy of cardiac rhythm abnormalities: a report of the American College of Cardiology Foundation/American Heart Association Task Force on Practice Guidelines and the Heart Rhythm Society. *J Am Coll Cardiol.* 61(3), e6-75 (2013).

63. Ferrer, MI.: The sick sinus syndrome in atrial disease. *JAMA* 206(3), 645-6 (1968).

64. Zhao, J, Liu, T, Li, G.: Relationship between two arrhythmias: sinus node dysfunction and atrial fibrillation. *Arch Med Res.* 45(4), 351-355 (2014).

65. Benson, DW, Wang, DW, Dyment, M, et al.: Congenital sick sinus syndrome caused by recessive mutations in the cardiac sodium channel gene (SCN5A). *J Clin Invest.* 112(7), 1019-1028 (2003).

66. Makiyama, T, Akao, M, Tsuji, K, et al.: High risk for bradyarrhythmic complications in patients with Brugada syndrome caused by SCN5A gene mutations. *J Am Coll Cardiol.*. 46(11), 2100-2106 (2005).

67. Ishikawa, T, Ohno, S, Murakami, T, et al.: Sick sinus syndrome with HCN4 mutations shows early onset and frequent association with atrial fibrillation and left ventricular noncompaction. *Heart Rhythm.* 14(5), 717-724(2017).

68. Parondzhanov, VD. How to improve the work of the mind. Algorithms without programming - it's easy! M.: Delo, (2001).

69. Tkachuk, V.M., Tkachuk, O.M.: Higher-order quantum genetic algorithm for 0-1 knapsack problem. System Research and Information Technologies 3, 52–67 (2018)

70. Tkachuk V. M. Function Optimization Based on Higher-Order Quantum Genetic Algorithm / V. M. Tkachuk, M. I. Kozlenko, M. V. Kuz, I. M. Lazarovych, M. C. Dutchak // Electronic Modeling 41(3), 43-57 (2019). statistical analysis: http://vassarstats.net/clin1.html;

71. Drevetskiy V., Klepach M. The intelligent system for automotive fuels quality definition. Informatics, Control, Measurement in Economy and Environment Protection. **3**(3): 11-13 (2013).

72. Matiko H., Pistun Ye. Gas-dynamic analyzer of nitrogen-hydrogen mixture for industrial application. Energy Engineering and Control Systems. **1/2**: 101-110 (2015).

73. Dilay I., Teplukh Z., Brylynskyi R. Investigating the capillary pressure dividers for complex throttle systems. Technology Audit and Production Reserves. **5/2**(19): 9-14 (2014). (in Ukrainian)

74. Dilay I., Teplukh Z., Brylynskyi R., Kubara I.-R. Development of gas dynamic linear systems for setting low pressures. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. **4/7**(82): 30-36 (2016). https://doi.org/10.15587/1729-4061.2016.75231

75. Dilay I., Teplukh Z., Vashkurak Yu. Optimal throttle schemes of dynamic systems for preparing complex gas mixtures. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. **4/8**(70): 39-45 (2014). (in Ukrainian)

76. Dilay I., Teplukh Z., Tykhan M., Stasiuk I., Kubara I.-R. Effect of external pressures in dynamic gas mixers. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. **4/5**(88): 59-65 (2017). https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.26256

77. Jermak Cz., Rucki M. Static characteristics of air gauges applied in the roundness assessment. Metrology and Measurement Systems. **23**(1): 85-89 (2016). https://doi.org/10.1515/mms-2016-0009

78. Pistun Ye., Matiko H., Krykh H., Matiko F. Synthesizing the schemes of multifunctional measuring transducers of the fluid parameters. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. **6/5**(90): 13-22 (2017). https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.114110

79. Nitecki J.-P., Patrick S. U.S. Patent 6,073,483. Device for Measuring the Viscosity of Fluid (2000).

80. Striegel A. Viscometric Detection in Size-Exclusion Chromatography: Principles and Select Applications. Chromatographia. 945-960 (2016). https://doi.org/10.1007/s10337-016-3078-0

81. Stasiuk I. Dynamical capillary flowmeters of small and micro flowrates of gases. Energy Engineering and Control Systems. **1/2**: 117-126 (2015). https://doi.org/10.23939/jeecs2015.02.117

82. Pistun Ye., Matiko H., Krykh H. (2016). Modelling the measuring transducers schemes using set theory. Metrology and Instruments. **3**: 53-61. (in Ukrainian)

83. Pistun Ye., Matiko H., Krykh H., Matiko F. Structural modelling of throttle diagrams for measuring fluid parameters. Metrology and Measurement Systems. **25**(4): 659-673 (2018). https://doi.org/10.24425/mms.2018.124884

84. Diestel R. Graph Theory. Springer-Verlag, Heidelberg (2017). DOI: 10.1007/978-3-662-53622-3

85. Graham A. Matrix Theory and Applications for Scientists and Engineers (Dover Books on Mathematics) (2018).

86. Winskel G. Set Theory for Computer Science. Unpublished lecture notes (2010). http://www.cl.cam.ac.uk/~gw104/STfCS2010.pdf

87. Keller M., Trotter W. Applied Combinatorics. Washington & Lee University, Georgia Institute of Technology (2015).

88. Pistun Ye., Leskiv H. Design and modeling of gas-hydrodynamic measuring diagrams based on two throttle elements. Methods and devices of quality control. 9: 35-38 (2002). (in Ukrainian)

89. Теорія ігор https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D1%96%D1%8F_%D1%96%D0%B3%D0%BE%D1%80

90. Стратегічна гра https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%B3%D1%96%D1%87%D0%BD%D0%B0_%D0%B3%D1%80%D0%B0

91. Основні поняття теорії ігор. Класифікація ігор https://studfile.net/preview/5471254/page:2/

92. Хрестики-нулики https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A5%D1%80%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B8-%D0%BD%D1%83%D0%BB%D0%B8%D0%BA%D0%B8#%D0%A3%D0%B7%D0%B0%D0%B3%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8F

93. Сі-плюс-плюс https://uk.wikipedia.org/wiki/C%2B%2B

94. Tic-Tac-Toe in C++ with source code!https://www.youtube.com/watch?v=8dYb8Efgm6I

95. http://www.nas.gov.ua/UA/Messages/Pages/View.aspx?MessageID=7263

96. *Гузь А.Н., Рудницкий В.Б.* Основы теории контактного взаимодействия упругих тел с начальными (остаточными) напряжениями [Текст]. – Хмельницький, вид. ПП Мельник. – 2006. – 710 с.

97. *Гузь А.Н., Бабич С.Ю., Глухов Ю.П.* Смешанные задачи для упругого основания с начальными напряжениями. – Германия, Saarbrücken LAPLAMBERT Academic Publishing. – 2015. – 468 с.

98. *Guz A. N.* Nonclassical Problems of Fracture/Failure Mechanics: On the Occasion of the 50th Anniversary of Research (Review). III. // International Applied Mechanics. – 2019. – **55**, №4. – Pp. 343–415.

99. *Guz A.N., Babich S.Y., Rudnitskii V.B.* Contact problems for elastic bodies with initial stresses: Focus on Ukrainian research. // Int. Appl. Mech. Rew. – 1998. – **51**, №5. – P. 343–371. https://doi.org/10.1115/1.3099009

100. Развитие теории контактных задач в СССР / под ред. Л. А. Галина. – М.– : Наука, 1976. – 494 с.

101. Гузь А. Н., *Бабич С.Ю., Рудницкий В.Б.* Контактное взаимодействие упругих тел с начальными (остаточными) напряжениями // Развитие идей Л. А. Галина в механике. – М. – Ижевск. Институт компьютерных исследований, 2013. – 480 с.

102. *Грилицкий Д.В., Кизыма Я.М.* Осесимметричные контактные задачи теории упругости и термоупругости – Львов: Вища шк., 1981. – 136 с.

103. *Гузь А.Н., Бабич С.Ю., Глухов Ю.П.* Статика и динамика упругих оснований с начальными (остаточными) напряжениями: Монография. – Кременчук «Press - Line». – 2007. – 795 с.

104. *Гузь О.М., Бабич С.Ю., Рудницький В.Б.* Контактна взаємодія тіл з початковими напруженнями: Навчальний посібник. – Київ.: Вища школа. – 1995. – 304 с.

105. *Babich. S. Yu., Dikhtyaruk N. N.* Load transfer from an infinite inhomogeneous stringer to an elastic strip clamped by one face with initial stresses. // International Applied Mechanics. – 2020. – **56**, №6. – Pp. 346 – 356.

106. *Yaretskaya N. A*. Three-Dimensional Contact Problem for an Elastic Layer and a Cylindrical Punch with Prestresses. // International Applied Mechanics. – 2014. – **50**, №4. – Pp. 378–388.

107. *Yaretskaya N. A.* Contact Problem for the Rigid Ring Stamp and the Half-Space with Initial (Residual) Stresses. // International Applied Mechanics. – 2018. – **54**, №5. – Pp. 539-543.

108. Ярецька Н.О. Контактна задача для двох попередньо напружених співвісних циліндрів та шару з початковими напруженнями. // Information, its impact on social and technical processes. Abstracts of VIII International Scientific and Practical Conference. SH SCW "NEW ROUTE" Haifa, Israel. 2020. Pp. 106-111.

109. Бабич С.Ю., Ярецька Н.О. Контактна взаємодія попередньо напружених кільцевого штампу і півпростору. // Доповіді НАН України. – 2020. – № 11. – с. 24 – 30 https://doi.org/10.15407/dopovidi2020.11.024

110. *Александров В.М., Арутюнян Н.Х.* Контактные задачи для преднапряженных деформируемых тел // Прикл. механика. – 1984. – **20**, № 3. – С. 9 – 16.

111. *Guz A. N.* Nonclassical Problems of Fracture/Failure Mechanics: On the Occasion of the 50th Anniversary of Research (Review). III. // International Applied Mechanics. – 2019. – **55**, №4. – Pp. 343–415.

112. Herrmann H. Shnekovye mashiny v texnologi. perevod s nem. L. Vedenyapinoj; [pod obshh. red. M.L. Fridmana], Leningrad, Ximiya, 1975. 232 p.

113. Hevko R.B., Vitrovyi A.O., Pik A.I. Pidvyshchennia tekhnichnoho rivnia hnuchkykh hvyntovykh konveieriv. monohrafiia, Ternopil, Aston, 2012. 204 p.

114. Zenkov R.L., Ivanov N.I., Kolobov L.I. Mashiny nepreryvnogo transporta. Moscow, Mashinostroenie, 1987. 320 p.

115. Hevko R.B. Hlado Y.B., Shynkaryk M.I., Klendiy O.M. Dynamichnyi rozrakhunok zapobizhnoho prystroiu shnekovoho transportera. Visnyk inzhenernoi akademii Ukrainy, Kyiv, 2014, no 2, pp. 163 - 168.

116. Hevko R.B., Klendiy O.M. The investigation of the process of a screw conveyer safety device actuation. INMATEH: Agricultural engineering, Bucharest, 2014, vol. 42, no 1, pp. 55 - 60.

117. Hevko R.B., Zalutskyi S.Z., Tkachenko I.G., Klendiy O.M. Development and investigation of reciprocating screw with flexible helical surface. INMATEH: Agricultural engineering, Bucharest, 2015, vol. 46, no 2, pp. 133 - 138.

118. Shvabiuk V.I. Opir materialiv: navchalnyi posibnyk. Kyiv, Znannia, 2009. 380 p.

119. Tsarenko O.M., Voitiuk D.H., Shvaiko V.M. Mekhaniko-tekhnolohichni vlastyvosti silskohospodarskykh materialiv: navch. posibnyk, Kyiv, Meta, 2003. 448 p.

120. Hevko R.B., Zalutskyi S.Z., Hladyo Y.B., Tkachenko I.G., Lyashuk O.L., Pavlova O.M., Pohrishchuk B.V., Trokhaniak O.M., Dobizha N.V. Determination of interaction parameters and grain material flow monitor on screw conveyor flastic section sureace. INMATEH: Agricultural engineering, Bucharest, 2019, vol. 57, no 1, pp. 123 - 134.

121. Hevko R.B. Dzyadykevych Y.V., Tkachenko I.G., Zalutskyi S.Z. Parameter justification for interworking relationship of elastic screw operating element with grain material. Bulletin of I. Puluj Ternopil National Technical University (Вісник ТНТУ ім. І. Пулюя), 2016, vol.81, no.1, pp. 77-87.

122. Філіпович Ю. Ю. Вплив заливу вакуум-насоса на характер його роботи // Гідромеліорація і гідротехнічне будівництво.- Вип. 23.- Рівне, 1998.- С. 87-92.

123. Філіпович Ю. Ю. Розрахунок на ЕОМ робочого циклу вакуумної системи з ежекторною установкою // Гідромеліорація і гідротехнічне будівництво.-Вип. 23.- Рівне, 1998.- С. 83-87.

124. Філіпович Ю. Ю. Вплив розмірів елементів вакуумної системи автоматизованої насосної станції на тривалість її робочого циклу // Водне господарство України.- 1999.- № 5-6.- С. 39-41.

125. Філіпович Ю. Ю. Моделювання робочого циклу вакуумної установки // Вісник РДТУ.- Вип. 2.- Ч. 1. - Рівне, 1999.- С. 237-240.

126. Назаров М. Т., Філіпович Ю. Ю. Робочий процес вакуумної установки автоматизованої насосної станції і зв'язок його з параметрами живильної труби // Вісник РДТУ. Гідромеліорація і гідротехнічне будівництво.- Зб. наук. праць. Спецвипуск.- Рівне, 1999.- С. 145-151.

127. Назаров М. Т., Філіпович Ю. Ю. Вплив параметрів живильної труби вакуумної установки на її енерго-економічні показники // Водне господарство України.- 2000.- № 3-4.- С. 53-54.

128. Филипович Ю. Ю. Определение параметров подсоса воздуха при работе вакуумных установок автоматизированных мелиоративных насосных станций // Материалы международной научно-практической конференции.- Беларусь, г. Горки, БСХА, 1999.- С. 222-226.

129. Филипович Ю. Ю. Установка для заливки центробежных насосов мелиоративных насосных станций // Проблемы мелиоративного строительства и водохозяйственного обустройства на современном этапе.- г. Горки, БСХА, 2000.- С. 125-129.

130. Філіпович Ю. Ю. Дослідження вакуумної установки насосної станції в с. Бечаль КСП "Світанок" Костопільського району, Рівненської області.- Рівне, 2000.- Деп. в ДНТБ України 18.01.2000 №39-Ук-2000.- 8 с.